



Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Ciencias Físicas
Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos

**Diseño hidráulico y simulación de un inductor tipo
venturi con un caudal de alimentación de 1 m³/h para
barrido de material particulado en estaciones de
bombeo minero**

TESIS

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Mecánico de Fluidos

AUTOR

Deyvis Arol AYALA PALACIOS

ASESOR

Miguel Ángel ORMEÑO VALERIANO

Lima, Perú

2019



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Ayala, D. (2019). *Diseño hidráulico y simulación de un inductor tipo venturi con un caudal de alimentación de 1 m³/h para barrido de material particulado en estaciones de bombeo minero*. Tesis para optar el título profesional de Ingeniero Mecánico de Fluidos. Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

HOJA DE METADATOS COMPLEMENTARIOS

Código Orcid del autor (dato opcional): No cuenta con código Orcid.

Código Orcid del asesor: 0000-0002-4690-5310

DNI del autor: 46596529

Grupo de investigación: Centro de Desarrollo e Investigación en Termofluidos e Hidráulica – CEDITH.

Institución que financia parcial o totalmente la investigación: ninguna institución, los fondos fueron propios.

Ubicación geográfica donde se desarrolló la investigación. Debe incluir localidades y coordenadas geográficas

Lugar y ciudad	Coordenadas UTM	
	Norte (m)	Este (m)
Azotea de mi domicilio. (Lima-Lima-Lima)	8665695.00	275683.00
EAP. Mecánica de Fluidos (Cercado de Lima, Lima)	272785.41	8666289.03
Domicilio (Lima cercado - Lima - Lima)	8665695.00	275683.00

Año o rango de años que la investigación abarcó: desde septiembre del 2017 hasta noviembre del 2018.



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA DE FLUIDOS

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO
PROFESIONAL DE INGENIERO MECANICO DE FLUIDOS
MODALIDAD (M-1)

Siendo las 18:45 horas del lunes 11 de febrero de 2019, en el Auditorio de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos, bajo la presidencia del Dr. Ing. CÉSAR ALEJANDRO QUISPE GONZÁLES y con la asistencia del asesor Dr. Ing. MIGUEL ANGEL ORMEÑO VALERIANO, y miembros Ing. MANUEL VICENTE HERQUINIO ARIAS y MSc. Ing. WILSON EMILIO ALVARADO TORRES de conformidad con la Resolución Rectoral N° 01934-R-02 que aprueba las diferentes modalidades de Titulación Profesional, se dio inicio a la Sesión Pública de Sustentación de Tesis para optar el Título Profesional de Ingeniero Mecánico de Fluidos, del Bachiller:

DEYVIS AROL AYALA PALACIOS

Dando lectura al Resumen del Expediente, el Presidente del Jurado, invita al Bachiller DEYVIS AROL AYALA PALACIOS a realizar la Exposición del Trabajo de Tesis titulada: "DISEÑO HIDRÁULICO Y SIMULACIÓN DE UN INDUCTOR TIPO VENTURI CON UN CAUDAL DE ALIMENTACIÓN DE $1\text{m}^3/\text{h}$ PARA BARRIDO DE MATERIAL PARTICULADO EN ESTACIONES DE BOMBEO MINERO".

Concluida la exposición del candidato y luego de las preguntas de rigor por parte del Jurado, el Presidente del mismo, invitó al Bachiller a abandonar momentáneamente la Sala de Sesión para dar paso a la deliberación y calificación por parte del Jurado.

Al término de la deliberación del Jurado, se invitó al candidato a regresar a la Sala de Sesión, para dar lectura a la calificación obtenida por el Bachiller, la misma que es:

.....DIECIOCHO.....

.....18.....


El Presidente del Jurado Dr. Ing. CÉSAR ALEJANDRO QUISPE GONZÁLES, a nombre de la Nación y de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, declaró al Bachiller DEYVIS AROL AYALA PALACIOS, Ingeniero Mecánico de Fluidos.

Siendo las 20:30 horas del mismo día, se levanta la sesión.


Dr. Ing. CÉSAR ALEJANDRO QUISPE GONZÁLES
PRESIDENTE


Dr. Ing. MIGUEL ANGEL ORMEÑO VALERIANO
ASESOR


Ing. MANUEL VICENTE HERQUINIO ARIAS
MIEMBRO


MSc. Ing. WILSON EMILIO ALVARADO TORRES
MIEMBRO

RESUMEN

En el proceso de perforación y voladura en la explotación minera a cielo abierto o subterráneo, se genera grandes volúmenes de material particulado de granulometría variable; estos se combinan con afluentes de la napa freática generando corrientes de agua con altos contenido de sólidos. Estos afluentes con material particulado ingresan hacia las estaciones de bombeo; por efecto de la gravedad estas partículas van decantando en el lecho de la cámara. En cortos periodos, los niveles de lodo se incrementan hasta llegar al nivel del eje axial de la tubería de succión, de esta manera la mezcla acuosa ingresa hacia los componentes del sistema impulsor erosionando y obstruyendo el sistema de bombeo. Para mitigar este problema se han planteado diferentes sistemas de dilución y mezcla del material sedimentado como: mezcladores mecánicos dotados de hélices, sistemas de inyección de aire, sistemas de inyección puntual de agua, entre otros. Todas estas alternativas resultan costosas e ineficientes, ya sea por los efectos negativos durante la operación (la inyección de aire acelera el proceso de cavitación en las bombas) o por el elevado costo de mantenimiento. Una alternativa eficiente y económica es la aplicación de los inductores hidrodinámicos como un sistema de dilución y dispersión del material colmatado¹ en la cámara de bombeo; este es un sistema que opera en base a los fundamentos de la “conservación de masa”, “conservación de momento” y la “conservación de la energía” para el flujo de fluido. El sistema está constituido por un acelerador de flujo y una tobera convergente divergente de contorno elíptico en la parte inicial y contorno cónico en la parte final. El sistema está sumergido a un nivel de diseño; la caída de presión genera en la salida del acelerador de flujo la succión de un gasto volumétrico del medio circundante, incrementando el gasto neto impulsado por el inductor hidrodinámico. Se desarrollará un modelo analítico para el diseño hidráulico del inductor hidrodinámico bajo los fundamentos de la ingeniería mecánica de fluidos para un caudal de alimentación de 1.0 m³/h. Se estudiará la capacidad de arrastre, sustentación y recirculación del flujo neto impulsado por el inductor hidrodinámico para una muestra de material particulado. En el presente trabajo se realizara también el análisis CFD del inductor hidrodinámico tipo Venturi, el cual tomará como parámetros de contorno los valores determinados en el modelo analítico. La validación del modelo virtual será mediante un análisis experimental en un banco de prueba.

¹ Referido a la acumulación de sedimentos transportados en ríos, represas, estuarios etc. (RAE)

Dedicatoria

Con gratitud a mi familia

Con con mucho amor a mis padres Manuel Ayala Acuña y Luzgarda Palacios Morán como un gesto de gratitud, por haber cuidado de mí, por haberme enseñado con su ejemplo el valor del esfuerzo, por su amor incondicional.

A mi Hermana Ángela Ayala Palacios, el motor que impulso mi carrea.

A Celeste Berrocal Ayala, por su dulce compañía en mis días de estudio, por que es como una hija para mí, que me motivo a seguir esforzarme.

A mi Hermana Estela Ayala Palacios, por su apoyo constante, por haberme enseñado que no hay fronteras cuando se trata de superación.

A mis sobrinos Albert y Soran

A mis Hermanos Lissel, Yunior, Yoel, Luis y Cristihan por demostrarme que la unión hace la fuerza.



Agradecimiento

A Dios por ser parte de su creación y siempre guiar mis pasos.

Al Ing. Robert Berrocal Anaya por su apoyo, consejos que contribuyeron a lo largo de mi formación como estudiante de ingeniería.

A mi asesor, el PhD. Ing. Miguel Ángel Ormeño Valeriano, por sus apoyo en la elaboración de esta tesis.

Al Dr.Ing. Cesar Quispe Gonzales, por sus comentarios y consejos que contribuyeron en la elaboración de esta tesis y a mi formación profesional

Al Ing. Manuel Herquinio por sus comentarios e ideas que contribuyeron en la elaboración de esta tesis.

A Teresa Escobedo por su apoyo en la elaboración de esta tesis.

A mis Maestros de la EAP Ing. Mecánica de Fluidos, por formarme para la vida.



ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	12
1.1 Justificación	13
1.2 Generalidades.....	15
1.3 Objetivos de la tesis.....	19
1.3.1 Objetivo general	19
1.3.2 Objetivos específicos	19
1.4 Hipótesis	19
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	20
2.1 Fundamentos de la mecánica de fluidos	20
2.1.1 Propiedades de los fluidos	20
2.1.2 Presión y estática de los fluidos	22
2.1.3 Cinemática de los fluidos	23
2.1.4 Ecuación de conservación de masa.....	24
2.1.5 Ecuación de Bernoulli.....	26
2.1.6 Ecuación de cantidad de movimiento	28
2.1.7 Flujo en tuberías.....	30
2.1.7.1 Régimen de flujo en tuberías.....	31
2.2 Transporte de material particulado	38
2.2.1 Propiedades del material particulado	39
2.2.2 Inicio de movimiento de material particulado	44
2.2.2.1 Criterio basado en esfuerzo cortante	47
2.2.2.2 Criterio basado en velocidad de flujo	52
2.2.3 Transporte de caudal de sólido específico	55
2.3 Fundamentos y metodología para la simulación en CFD	57
2.3.1 Método de volúmenes finitos (MVF)	58
2.3.2 Discretización numérica del volumen de control	61
2.3.2.1 Características y tipos de mallado.....	63
2.3.2.2 Criterios y consideraciones de discretización.....	66
2.3.3 Técnicas numéricas para simulación mediante CFD	67
2.3.3.1 Simulación numérica directa (DNS).....	67
2.3.3.2 Simulación mediante técnicas LES (Large Eddy Simulation).....	68
2.3.3.3 Promediados de Reynolds para Navier - Stokes (RANS).....	69
2.3.4 Modelos de turbulencia de dos ecuaciones	71

2.3.5	Diseño de malla y discretización en la capa límite	77
2.3.6	Discretización del término convectivo y temporal	78
2.3.7	Criterios para detener una simulación numérica en Ansys CFX	79
2.3.8	Errores, verificación y validación de una simulación	80
3.	DISEÑO HIDRÁULICO DEL SISTEMA DE INDUCCIÓN	
	HIDRODINÁMICO Y MODULO EXPERIMENTAL	83
3.1	Fundamentos básicos de funcionamiento y aplicación	83
3.2	Consideraciones para el diseño del sistema hidrodinámico	84
3.3	Características del sistema hidrodinámico tipo Venturi	85
3.4	Diseño hidráulico del inductor hidrodinámico tipo Venturi	86
3.4.1	Relaciones experimentales entre pérdidas hidráulicas y la geometría....	97
3.4.2	Relaciones geométricas del difusor hidrodinámico	98
3.4.3	Rendimiento de sistemas de inducción hidrodinámica Venturi.....	100
3.4.4	Análisis de cavitación en el inductor hidrodinámico tipo Venturi	102
3.5	Diseño hidráulico del módulo experimental	104
3.5.1	Variables utilizadas	105
3.5.2	Diseño piping del módulo experimental	105
3.5.3	Sistema hidráulico de alimentación del inductor hidrodinámico	105
3.6	Diseño analítico del difusor convergente divergente.....	113
3.7	Consideraciones adicionales de funcionamiento y operación	118
3.7.1	Generación de vórtices	118
3.7.2	Altura de sumergencia	121
4.	SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL INDUCTOR HIDRODINÁMICO	124
4.1	Características y geometría CAD del difusor hidrodinámico	122
4.2	Delimitación del volumen de control	126
4.3	Condiciones de borde para procesos de simulación numérica	129
4.4	Discretización del dominio para la simulación numérica	131
4.5	Modelos físico, condiciones de borde y control de la simulación	135
4.6	Monitoreo de la evaluación numérica mediante CFD.....	136
5.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	138
5.1	Simulación, verificación y validación del modelo CFD	138
5.1.1	Simulación del caso no transitorio e independencia de malla	138
5.1.2	Verificación y validación de las simulaciones	142
5.1.3	Análisis de los resultados del diseño hidráulico mediante CFD	148

5.2	Análisis general de flujo en la simulación numérica	150
5.2.1	Análisis del perfil de velocidades en el inductor.....	150
5.2.2	Análisis de la presión de recuperación	153
5.2.3	Análisis mediante CFD del movimiento de material particulado	155
5.2.4	Análisis de la cavitación mediante simulación CFD	160
5.2.5	Rango de operación e incremento del ratio volumétrico	162
5.3	Propuestas alternativas para el diseño original	164
5.4	Validación experimental	170
5.4.1	objetivos específicos del modelo experimental	170
5.4.2	Componentes del módulo experimental	169
5.4.3	Análisis experimental.....	173
5.5	Limitaciones del estudio	185
5.6	Relación de resultados con estudios precedentes	185
5.7	Aplicaciones e implicaciones de los resultados.....	187
5.8	Análisis comparativo de las metodologías realizadas.....	186
CONCLUSIONES.....		191
RECOMENDACIONES.....		194
ANEXO.....		195
BIBLIOGRAFÍA.....		200

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	: Notación general para la densidad, en Kg/m ³ .
ρ_s	: Notación general para la densidad de la partícula solida de trabajo, en Kg/m ³ .
m	: Notación general para la masa dentro de un volumen de control, en Kg.
∇	: Notación general que hace referencia al Volumen, en m ³ .
P_{sat}	: Presión de saturación para una temperatura determina, Pa.
P_s	: Presión de succión en la salida del jet motriz, Pa.
P	: Notación general para la presión o energía de presión, en Pa.
P_v	: Presión de vapor, iniciación de cambio de fase liquida a gas para el agua, en Pa.
τ	: Esfuerzo cortante sobre una superficie o capa, generado por la ficción, en Pa.
τ_w	: Esfuerzo cortante sobre la pared, en Pa.
τ_{turb}	: Esfuerzo cortante turbulento, en Pa.
τ_o	: Esfuerzo cortante de inicio, en Pa.
τ_c	: Esfuerzo cortante crítico, en Pa.
P_{Atm}	: Presión atmosférica sobre la superficie, en Pa.
P_{man}	: Presión manométrica, determinado por un manómetro, en Pa.
P_{Abs}	: Presión absoluta, suma de la presión atmosférica y la presión manométrica, en Pa.
h	: Notación general para la altura o una profundidad de sumergencia, en m.
\dot{m}_{ent}	: Flujo másico que ingresa al volumen de control, en Kg/s.
\dot{m}_{sal}	: Flujo másico que sale del volumen de control, en Kg/s.
$m_{\nabla c}$: Denotación general para la Masa de un volumen de control, en m ³ .
\vec{V}	: Denotación general para Velocidad, también denotado como U, en m/s.
V_{Prom}	: Velocidad promedio respecto a una región, en m/s.
V_s	: Velocidad de succión en el ingreso del difusor, en m/s.
V_T	: Velocidad promedio en la garganta del difusor, en m/s.
V_{CR}	: Velocidad critica, para analizar el movimiento de material particulado, en m/s.
V_N	: Velocidad promedio del Jet motriz, en m/s.
\vec{n}	: Denotación general del vector unitario, perpendicular al área.
A	: Denotación general para el área, mediante un vector unitario normal se denota un vector de área mediante la notación \vec{A} , en m ² .
a_n	: Expresión que denota la aceleración normal, para un movimiento circular, m/s ² .

u_a	: Velocidad característica del medio fluido dinámico, m/s.
u	: Notación general para la componente de la velocidad en el eje x , en m/s.
U_c^+	: Velocidad de corte crítico para movimiento incipiente, en m/s.
U^+	: Velocidad de corte, también denotado como U^+ esta dado en m/s.
\bar{u}	: Elemento de velocidad media en la dirección x , en m/s.
u'	: Elemento instantánea de la velocidad en la dirección x , en m/s.
v	: Denotación general para la componente de la velocidad en la dirección y , en m/s.
\bar{v}	: Elemento media de la velocidad en la dirección y , en m/s.
v'	: Elemento instantánea de la velocidad en la dirección y , en m/s.
w	: Denotación general para la componente de la velocidad en la dirección z , en m/s.
\bar{w}	: Elemento media de la velocidad en la dirección z , en m/s.
w'	: Elemento instantánea de la velocidad en la dirección z , en m/s.
ν	: Denotación general de la viscosidad cinemática, en m ² /s.
μ	: Denotación general de la viscosidad dinámica, en Kg/ms.
μ_t	: Denotación general de la viscosidad turbulenta, en Kg/ms.
R	: Denotación general para el radio de un sector curvilíneo.
R_h	: Expresión para el radio Hidráulico, m
R_H	: Relación geométrica entre la altura de operación y la altura de descarga.
R_w	: Relación de gasto volumétrico entre la masa succionada y la masa motriz.
W	: Denotación general que hace referencia al peso, en N.
Re	: Número de Reynolds correspondiente a un régimen de fluido, factor adimensional.
Re_c^*	: Número de Reynolds crítico, factor adimensional.
γ	: Denotación general para el peso específico del agua o de sólidos, en Kg _f /m ³ .
γ_s	: Peso específico de sólido, también denotado como γ_p , en Kg _f /m ³ .
γ_{sm}	: Denotación general para el peso específico de sólido sumergido, en Kg _f /m ³ .
F_n	: Fuerza normal hacia una superficie, en N.
F_t	: Denotación general para la fuerza tangencial, en N.
F_r	: Sumatoria de una serie de fuerzas, fuerza resultante, en N.
Fe	: Fuerza de empuje hidrostático, en N.
F_g	: Fuerza ejercida por la gravedad terrestre, en N

F_τ	: Fuerza ejercida por la ficción entre un sólido y el agua, en N.
σ_{ij}	: Notación que hace referencia a un tensor de segundo orden.
B_{sist}	: Expresión para denotar una propiedad extensiva cualquiera.
b	: Expresión para la Propiedad intensiva correspondiente a B_{sist} .
f	: Expresión para denotar el coeficiente de fricción de darcy.
k_L	: Coeficiente de pérdida hidráulica por singularidad.
$\delta_{subcapa}$: Expresión para denotar la altura de la sub capa viscosa, en m.
D	: Longitud característica, para una tubería será el diámetro hidráulico, en m.
d	: Diámetro característico del material particulado con la que se trabajó, en m.
h_f	: Pérdida hidráulica por efecto de rozamiento, en m.
h_L	: Pérdida hidráulica local por efecto de cambio de área o dirección, en m.
Q	: Expresión general para denotar al caudal o flujo volumétrico, en m ³ /s.
ε	: Expresión que estima la rugosidad absoluta de un material, mm.
Ef	: Notación de que expresa el factor de forma, factor adimensional.
C_D	: Coeficiente de arrastre, factor que depende del número de Reynolds, adimensional.
ϕ	: Ángulo de reposo, medio para una granulometría determinada.
θ	: Ángulo de la pendiente de la superficie del lecho, para la cámara de bombeo.
r_d	: Razón entre el mayor y menor diámetro de la muestra de partícula, adimensional.
C_2, C_3	: Coeficiente de forma, está en función al diámetro característico de la partícula.
S	: Pendiente del lecho del canal.
S'	: Pendiente requerida para vencer la resistencia debido a los granos.
S''	: Pendiente requerida para vencer la resistencia debido a la configuración o forma del fondo.
S_h	: Componente fuente de la ecuación general de transporte de Reynolds.
ζ	: Coeficiente de uniformidad de Kramer, debe variar entre 0.134 mm y 8.09 mm.
L_{inst}	: Longitud de instalación, distancia máxima en la que el flujo pierde la capacidad de transportar partículas, las velocidades son menores a las velocidades críticas, en m.
q_B	: Flujo específico de sólido, medido en la sección de la cámara de ensayo, en Kg/ms.
R_{ij}	: Tensor de esfuerzos de Reynolds, en Pa.
δ_{ij}	: Delta de Kronecker, valor que puede tomar 0 Ó 1.

V_t	: Viscosidad cinemática turbulenta, m^2/s .
n_s	: Coeficiente de Manning, referido a granulometría D_{90} .
\vec{c}	: Variable transporta a través de un medio de densidad ρ .
k	: Energía cinética turbulenta.
ε	: La razón de disipación turbulencia.
ω	: Tasa específica de disipación de la energía cinética turbulenta.
S_k	: termino fuente que se introduce en la plataforma de simulación.
ϕ_{fc}	: Variable de interés en el nodo central de la cara del volumen de control evaluado.
ϕ_{nup}	: Variable de interés en el nodo precedente del punto central de la cara evaluada.
β_h	: Coeficiente para la determinación del la discretización del componente convectivo.
$\nabla \phi$: Gradiente de la variable analizada.
$\vec{\Delta r}$: Elemento vectorial entre el punto central de la cara del volumen y el nodo precedente.
$r_{GCI\ g-m}$: Valor adimensional de refinamiento para mallas gruesa a mediana
$r_{GCI\ m-f}$: Valor adimensional de la tasa de refinamiento para mallas de mediana a fina
p_{GCI}	: Orden de la convergencia para el estudio de independencia de malla, adimensional.
V_{Rich}	: Elemento de interés determinada mediante la extrapolación de Richardson.
GCI_{g-m}	: Coeficiente de convergencia de mallas entre gruesa y media, en %.
GCI_{m-f}	: Coeficiente de convergencia de mallas media y fina, en %.
ξ_i	: Factor de eficiencia del inductor hidrodinámico tipo Venturi.
η_e	: Rendimiento del inductor hidrodinámico tipo Venturi.
\mathcal{G}	: Índice de cavitación.
Π_{min}	: Presión mínima adimensional.
ε_m	: Altura de remolino, utilizado para analizar la formación de vorticidad en el inductor.
S_m	: Altura de sumergencia, se monitorea respecto a un plano cartesiano implementado.
\wp	: Coeficiente de sumergencia, se determina como un factor nuevo para la profundidad.

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

La “minería tiene una presencia importante en el Perú” (el comercio 2017) puesto que genera un impacto positivo en el sector económico. Este sector es un eje de desarrollo estimándose que representa más del 50% de las divisas, el 20% de la recaudación fiscal, y el 11% del producto bruto interno [21]. En tal sentido la optimización de cada proceso en el algoritmo de producción contribuye significativamente en este sector.

Durante la explotación de minerales, para la minería a tajo abierto o subterráneo, se identifican venas de agua en la napa freática; el monitoreo y control de estos volúmenes de agua se da mediante los sistemas de bombeo.

Para la obtención del mineral bruto, se perfora la roca utilizando sistemas electro hidráulico de gran alcance, luego se instalan los sistemas detonantes en base a un esquema predeterminado. Estos procesos generan grandes volúmenes de roca fracturada de modo que parte de este material particulado de dimensiones menores a 2.5mm se combinan con la corriente proveniente de la napa freática; este flujo alimenta las estaciones de bombeo. Durante el proceso de bombeo es inevitable la existencia de partículas y lodo que decantan en las cámaras de bombeo, estos en cortos periodos alcanzan el nivel del eje axial de la tubería de aspiración provocando la obstrucción de los sistemas de impulsión. Se ha podido verificar en los talleres de mantenimiento de bombas centrifugas el desgaste prematuro de los alabes, bocinas, sellos y voluta, en consecuencia se incrementan los costos de mantenimiento. Para mitigar este problema, planteamos en este trabajo de investigación, el desarrollo de un sistema hidrodinámico que evite la decantación de sólidos en las cámaras de bombeo, mediante procesos fluido-dinámicos de recirculación, arrastre y sustentación de las partículas, homogenizando la mezcla acuosa por debajo de la concentración tolerable por los impulsores y demás mecanismos de la bomba. Los fundamentos fluido dinámicos del funcionamiento de este prototipo está basado en el principio de la conservación de la masa, la conservación de la energía y la conservación de la cantidad de movimiento para un flujo de fluido. En efecto el inductor hidrodinámico tipo Venturi aprovecha las formulaciones de la ingeniería mecánica de fluidos para convertirse en un sistema multiplicador de gasto másico.

El inductor hidrodinámico tipo Venturi está conformado de dos partes: Un acelerador de flujo para una condición de diseño específico de $1.0 \text{ m}^3/\text{h}$, y una tobera convergente divergente, de contorno elíptico en la parte convergente y cónico en la sección divergente.

La sección de contorno elíptico está diseñado en base a perfiles “aerodinámicos” que minimizan las pérdidas hidráulicas, maximizando la capacidad de succión, y la sección cónica está diseñada para un ángulo óptimo de desarrollo según el alcance que se desea cubrir en el barrido de material particulado.

Con la finalidad de diseñar un prototipo adecuado para cierta condición de operación, se requiere conocer a detalle las características del fluido en la cámara de bombeo; esto permitirá optimizar el diseño de la geometría interna y de esta manera mejorar el efecto de succión y por ende el incremento del gasto másico neto impulsado. El marco teórico de diseño esta fundamentados en las formulaciones principales de la ingeniería mecánica de fluidos, las recomendaciones de la norma ASME MFC-3M-1989, ampliando los detalles en la norma UNE-EN ISO5167-4 (2003) y de los resultados experimentales realizadas por el instituto experimental de Canarias las cuales comparten con este trabajo de investigación los mismos fundamentos con diferente aplicación [25]

A partir de la metodología analítica basada en fundamentos de la mecánica de fluidos, se realiza la simulación mediante técnicas de la dinámica de fluido computacional (CFD) del funcionamiento del inductor hidrodinámico tipo Venturi.

La metodología numérica de simulación está fundamentada en la técnica de volúmenes finitos que se sintetiza en la división del volumen de control de interés en volúmenes de menor dimensión en donde se desarrollan de modo aproximado las ecuaciones fundamentales que reseñan el comportamiento del fluido, esto permitirá obtener resultados en cada vértice del volumen de control evaluando en menor tiempo todo los cambios fluido dinámico en el interior del inductor hidrodinámico.

La simulación numérica se realizará en la plataforma ANSYS CFX 17.0, tomando como parámetros de contorno los resultados del modelo analítico desarrollado para el inductor hidrodinámico; se encontrara las características fluido dinámicas más sobresalientes de la misma, luego del análisis de los resultados efectos, se evaluará la variación de la geometría CAD del inductor hidrodinámico tipo Venturi. La simulación será validada mediante el análisis experimental en el banco de prueba. Los resultados de esta investigación serán de utilidad para mejorar los procesos de dilución y arrastre de material particulado, alargando la vida útil de las bombas y minimizando los costos de mantenimiento y de operación.

1.1 Justificación

La presente investigación se justifica en la necesidad de incrementar la eficiencia y confiabilidad de los sistemas de bombeo, aminorar los costos de operación de la misma, extensión de la vida útil de las bombas y los sistemas complementarios, asimismo la reducción de paradas por mantenimiento preventivo o correctivo.

Los efectos que ocasiona la impulsión de la mezcla acuosa elevada en concentración sólida, daña los componentes internos de las bombas, incrementando los costos de reparación. Se ha podido verificar que algunos sistemas de bombeo son inutilizados por la excesiva impulsión de sedimentos en medio acuoso.

En la figura 1.1 se muestra una bomba centrífuga estacionaria de caja partida de 140 hp, en la que se verifica el desgaste prematuro de los alabes y voluta.

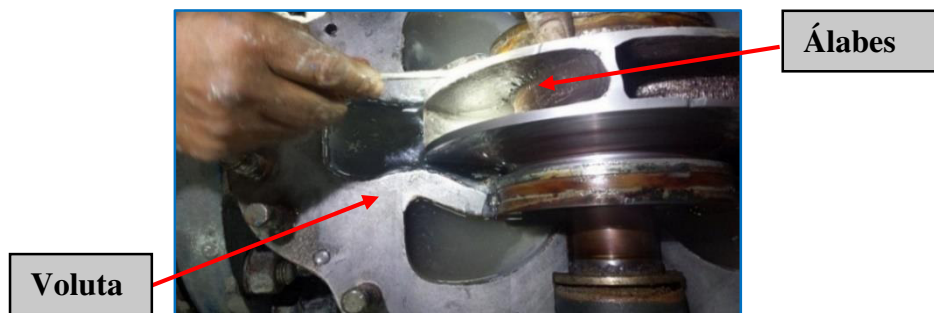


Fig. 1.1 Desgaste prematuro de la voluta y álabes de una bomba (fuente propia)

Paralelo al desgaste en los alabes y voluta, se incrementa la temperatura y vibración de los componentes internos de la bomba centrífuga, desgastando los sellos, bocinas y eje como se muestra en la figura 1.2

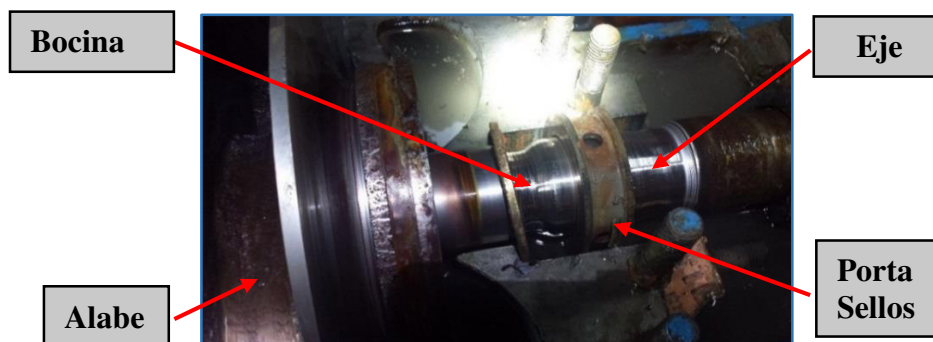


Fig. 1.2 Desgaste prematuro de las bocinas (fuente propia)

1.2 Generalidades

Para la obtención del concentrado de mineral, se realizan diferentes actividades que van desde la fracturación de la roca en los yacimiento o vetas de mineral, hasta la lixiviación² de concentrado en la planta concentradora. Las operaciones mineras pueden ser subterráneas o a cielo abierto; en ambos casos durante la explotación, las actividades de perforación eventualmente coinciden con las venas de agua que se encuentra en la napa freática. La conducción, monitoreo y consumo de los recursos hídricos provenientes de la napa freática son de vital importancia para un exitoso proceso de explotación [21]

Minería a cielo abierto

La producción en estas magnitudes se denomina gran minería, en esta, se utilizan equipos mecanizados electrohidráulicos de gran alcance. Las perforaciones en rangos aproximados van desde los 4.5 m hasta los 6.5 m

Para los procesos de voladura se utiliza ANFO (Ammonium Nitrate - Fuel Oil) con proporciones de emulsión. La ubicación de las mallas para la ubicación de los explosivos responde a un análisis geo mecánico debido a las características físicas de la roca [21]. Para el carguío hacia los sistemas transportadores se utilizan las palas hidráulicas, rotopalas de gran tonelaje, estos pudiendo superar los 350 toneladas.



Fig. 1.3 Perforadora tipo diamantina y rotopala de gran capacidad [21]

En avanzada durante la perforación, se pueden identificar corrientes subterráneas de agua las cuales son direccionadas hacia estaciones de bombeo minero para su posterior tratamiento y utilización. Debido a la granulometría variable que se encuentra en la superficie producto de la explotación, se contaminan estas corrientes de agua.

² Extracción de mineral soluble de una mezcla mediante la acción de un disolvente líquido.



Fig. 1.4 Embalsamiento de las corrientes de agua en explotación a tajo abierto [21]

Minería subterránea

La minería subterránea o de socavón, desarrolla su actividad por debajo de la superficie a través de labores por galerías de explotación. Por su configuración de explotación, presenta una ley más elevada en comparación a la minería a cielo abierto.

Existen unidades de explotación convencionales que utilizan equipos neumáticos e hidráulicos de corto alcance como los stopper (perforacion vertical) o jackleg (sistemas neumaticos de perforacion multidireccional). Las líneas de perforación avanzan en frentes, segun la dirección que siguen las vetas de mineral. Para la minería subterránea mecanizada se utilizan equipos electro hidráulicos de gran alcance como los equipos Jumbo³. Estos equipos de brazos robóticos pueden alcanzar hasta 24 pies de perforación.



Fig. 1.5 Jumbo y scoop trabajando durante la explotación subterránea [21]

Producto de la perforación y explosión se genera gran cantidad de material particulado de granulometría fina, estas, junto a las corrientes de agua provenientes de la napa freática

³ Equipo pesado dotado de un brazo electro hidráulico para el proceso de perforación.

son direccionadas hacia las estaciones de bombeo en interior mina. Para la depuración de este gasto másico se instalan bombas estacionarias y de achique.

Un problema recurrente en el bombeo de agua en interior mina, es la mezcla acuosa elevada en sólido, por encima de lo tolerable por el sistema; se estima que las bombas estacionarias pueden tolerar hasta 3.5% [61] en concentración de sólidos. Estas concentraciones máximas son sobrepasados por el ineficiente tratamiento que se da al material de granulometría variable decantado en el lecho de la cámara de bombeo.

En la figura 1.6 se muestra el encausamiento de las corrientes de agua subterránea hacia las cámaras de almacenamiento.



Fig. 1.6 *Encausamiento y almacenamiento de agua proviene de la napa freática*

Los sólidos decantan en el lecho de las cámaras; los volúmenes de sólido se incrementan, siendo succionados por la tubería de aspiración. La mezcla de sólido y agua dañan de manera considerable los sistemas internos de la bomba.

Las bombas son diseñados para tolerar rangos de concentración de sólidos disueltos en medio acuosos, por lo general las bombas en minería no superan la tolerancia mayores al 10 % [61] para concentraciones mayores a este es preciso la aplicación de bombas exclusivas para la impulsión de lodo.

En la figura 1.7 se muestra a detalle los componentes internos de una bomba estacionaria de aplicación típica en minería subterránea.

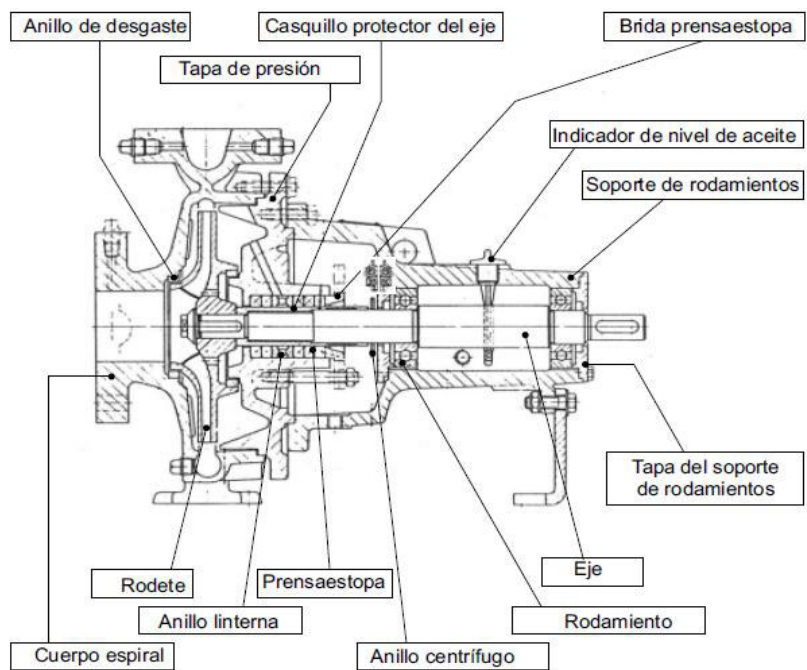
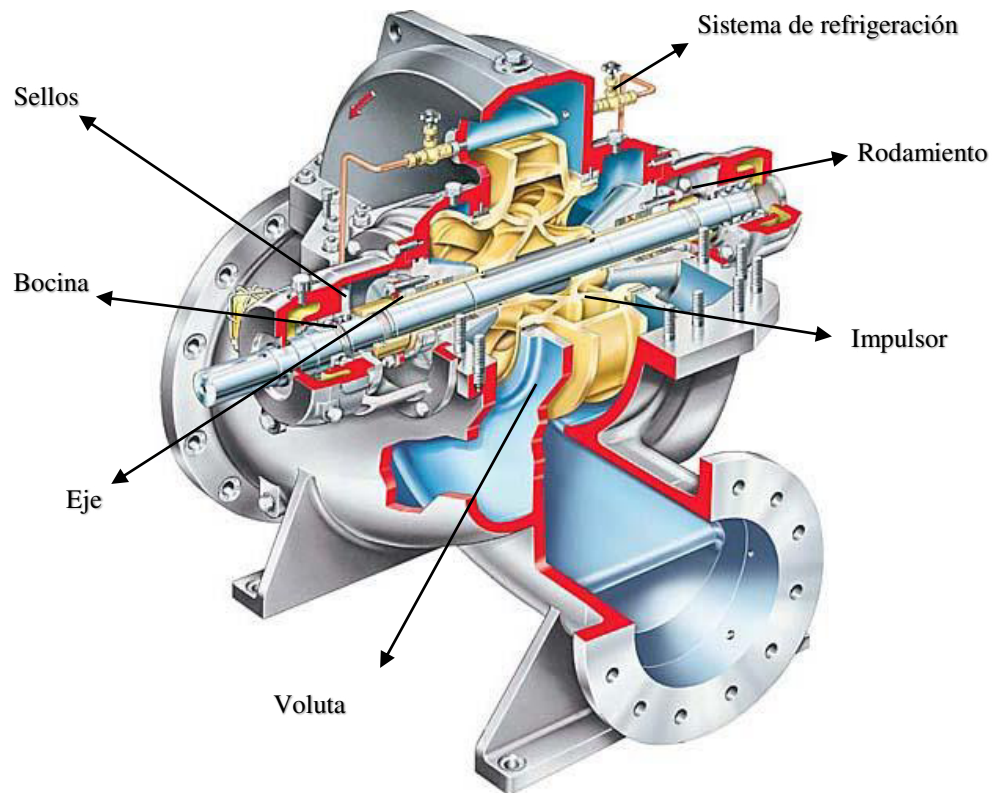


Fig. 1.7 Componentes internas de una bomba estacionaria [12]

1.3 Objetivos de las tesis

1.3.1 Objetivo general

Realizar el diseño hidráulico y simulación de un inductor hidrodinámico tipo Venturi con un caudal de alimentación de $1.0 \text{ m}^3/\text{h}$ para barrido de material particulado en estaciones de bombeo minero.

1.3.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos de esta tesis son:

- a) Desarrollar un modelo analítico para el diseño del inductor hidrodinámico, fundamentado en la mecánica de fluidos.
- b) Simulación numérica mediante la dinámica de fluidos computacional del funcionamiento del inductor hidrodinámico, para un caudal de alimentación de $1.0 \text{ m}^3/\text{h}$ en la plataforma de simulación avanzada Ansys CFX 17.0.
- c) Validación del modelo de simulación mediante la evaluación del funcionamiento de inductor hidrodinámico en un banco de ensayo.
- d) Identificar las condiciones adecuadas de funcionamiento del inductor hidrodinámico, para el barrido de material particulado crítico.
- e) Evaluación de la eficacia de los mezcladores hidrodinámicos tipo Venturi como dispositivos que maximizan la dilución de sólidos en las cámaras de bombeo minero.

1.4 Hipótesis

La aplicación de los inductores hidrodinámico tipo Venturi en estaciones de bombeo minero mejora los procesos de dilución y barrido de material particulado; incrementando la vida útil de las bombas estacionarias, a la vez contribuye con la conservación de la capacidad de almacenamiento de las cámaras de bombeo.

CAPÍTULO 2

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Una cámara de bombeo es una estructura hidráulica que tiene por función la acumulación de agua para después ser bombeada hacia otro nivel mediante sistemas de impulsión. Los sistemas de impulsión están dotados de bombas y redes piping, llegando a ser sistemas complejos y estratégicos durante el proceso de explotación minera. Uno de los inconvenientes es la impulsión de mezclas acuosas, elevadas en concentración de sólidos, por encima de lo tolerable por el sistema [21]

El material particulado que llega con los afluentes hacia las cámaras de bombeo es de peso específico mayor a la del agua, pudiendo así, decantar y generar colmatación de lodo y partículas de granulometría variable en el lecho de la cámara.

Los niveles de material particulado se van incrementando hasta llegar al nivel del eje axial de las tuberías de succión, ingresando al sistema interno de impulsión, erosionando los alabes, voluta, sellos y bocinas. Este problema claramente se ve en el sector minero, pudiendo ser mitigado mediante un sistema de dilución y mezcla del material particulado, de esta manera disminuyendo la concentración de los sólidos en medio acuoso.

Los mezcladores hidrodinámicos tipo Venturi, proyecto que planteamos como solución técnica en el proceso de dilución, tienen grandes ventajas frente a otros sistemas de mezcla, por ejemplo: bajo costo de mantenimiento y de instalación, versatilidad para la instalación según sea la configuración estructural y morfológica de la cámara de bombeo.

El estudio de la viabilidad técnica de este sistema está fundamentado en la mecánica de fluidos, siendo necesario analizar los fundamentos básicos de esta ciencia.

2.1 Fundamentos de la mecánica de fluidos

2.1.1 Propiedades de los fluidos.

Para realizar el análisis cualitativo, cuantitativo, condiciones de contorno del modelo de simulación y la interpretación de los resultados, es necesario la introducción de los fundamentos básicos de la mecánica de fluidos.

Al identificar cualquier característica para el estudio de un sistema, esta se conoce como propiedad. Estas propiedades pueden ser la presión P , la temperatura T , la masa m , viscosidad μ , pudiendo adicionarse a esta lista otros necesarios para determinado estudio. Las propiedades se puede clasificar de dos tipos según sea la relación de

dependencia con la masa, estas son: propiedad intensiva, independiente a la masa del sistema, y la propiedad extensiva cuyo valor depende de la extensión o tamaño del sistema. Por la configuración molecular los fluidos, se pueden encontrar en estado gaseoso o líquido; la materia en la fase gaseosa presenta mayor espacio entre las moléculas existentes. Para fines prácticos, en este trabajo de investigación, es conveniente descartar la naturaleza atómica del aire y verla como una materia homogénea y continua en toda su configuración, esta idealización nos ayudará en la investigación a tratar las propiedades como funciones de punto y estimar cómo estas propiedades fluido dinámicas varían en función del tiempo y espacio dentro del inductor hidrodinámico tipo Venturi. La configuración de los líquidos muestra una distancia mucho menor entre átomos, esto genera comportamientos como la cohesión y el principio de no deslizamiento.

a) **Densidad y peso específico**

La densidad será definida como la masa existente por unidad de volumen, esto para fluidos y sustancias homogéneas:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.1)$$

Se verifica que la gravedad específica de la sustancia es un valor adimensional. Para nuestro estudio, nos ayudará comparar parámetros de flotabilidad de cuerpos.

$$\gamma = \rho g \quad (2.2)$$

b) **El fenómeno de cavitación y la presión de vapor.**

Este fenómeno está fundamentado en que la presión y la temperatura son propiedades dependientes para los elementos puros durante el proceso de modificación de fase. Para una presión establecida, la temperatura en la que una sustancia pura cambia de fase, se identifica como temperatura de saturación $T_{sat.}$. Para una temperatura la presión a la cual una sustancia pura cambia de fase, se llama presión de saturación $P_{sat.}$

La presión de vapor P_v para un elemento, se refiere como la presión ejercida por el vapor de la sustancia en equilibrio de fase con el líquido de esta, a una temperatura determinada. La razón del interés en la presión de vapor para nuestro estudio está ligado a los sistemas de protección de las bombas que evitan el fenómeno de cavitación en el sistema, es decir, la posibilidad de caída de la presión del líquido, por ejemplo se ha podido identificar que

el agua a 10°C se evapora con facilidad generando lóbulos gaseosos en los lados de los alabes de succión de las bombas generando la cavitación del impulsor [12].

Nuestro estudio busca optimizar los sistemas de impulsión de agua, por ello, la formación de lóbulos debe evitarse en los sistemas de succión del inductor hidrodinámico, ya que reduce el rendimiento, genera contaminación sonora y vibraciones no deseadas dañando los equipos donde se presenta este fenómeno [9].

Las puntas de presión de la colmatación de burbujas que implosionan cerca de la superficie, pueden generar erosión y fallas por fatiga.

c) Viscosidad

Constituye una importante propiedad de los fluidos. Indica la dificultad al deslizamiento entre capas durante el desplazamiento del flujo de fluido. Cuando un fluido se mueve respecto a un sólido o cuando dos fluidos se mueven uno con respecto al otro, existe una resistencia interna de un fluido al movimiento, esta propiedad se denomina viscosidad. El factor que genera la igualdad entre la tensión cortante y una “gradiente de velocidad” cuya expresión se muestra cómo $\tau = \mu(dV / dy)$, se denomina viscosidad dinámica.

2.1.2 La presión y estática de los fluidos.

Las fuerzas que aplican los fluidos en reposo o en movimiento sobre una configuración estructural, la propiedad responsable de esas fuerzas es la presión, la cual es una fuerza normal que ejerce el fluido sobre una unidad de área con la que se encuentra en contacto.

a) La presión

Es la fuerza normal aplicada por un fluido sobre una sección. Se considera presión solo si se refiere a los efectos ejercidos por un líquido o gas. La presión real que se ubica en una componente dada se denomina presión absoluta y esta se evalúa en relación al vacío absoluto; en algunos casos los equipos de medición son calibrados para que indiquen cero en condiciones atmosféricas, de modo que muestre la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica local. Esta diferencia se llama presión manométrica. Las presiones por debajo de la atmosférica son llamadas presión de vacío por lo que la presión absoluta se puede escribir como $P_{abs} = P_{man} + P_{atm}$, para la simulación fluido dinámico del inductor hidrodinámico tipo Venturi se tomara como parámetro de contorno la presión absoluta.

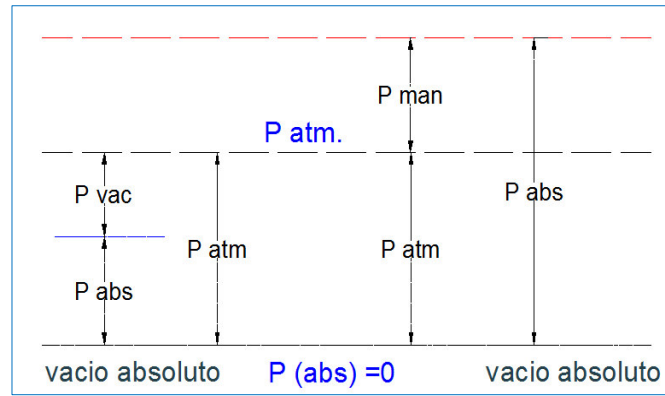


Fig. 2.1 Relación de las presiones [17]

b) Variación de la presión con la profundidad

Es notorio que la fuerza de compresión se va incrementando conforme se va ingresando al seno de una masa líquida, es decir que la presión aumenta con la profundidad, considerando la aceleración de la gravedad como una constante. De la ecuación general de la hidrostática $dp = -\gamma dz$ se tiene la siguiente expresión $P_{abs} - P_{atm} = P_{man} = \gamma h$, concepto utilizado durante la simulación CFD⁴ del inductor hidrodinámico.

2.1.3. Cinemática de los fluidos

Para poder caracterizar el comportamiento fluido dinámico de la mezcla acuosa, es necesario hacer un análisis de la cinemática del flujo de fluidos; fundamentándose los principios en la derivada sustancial y su desempeño en la transformación de las ecuaciones fundamentales de conservación, según la metodología de los fundamentos Lagrangiana del flujo o la descripción Euleriana. Se busca un análisis cualitativo del campo de fluidos en la que se analiza el arrastre y sustentación del material particulado en la mezcla acuosa

a) Descripción del movimiento de los fluidos por Lagrange

Estudia el movimiento de las partículas a lo largo de sus trayectorias. Se analiza la cinemática de cada partícula que está identificada en una posición inicial relativa a un sistema de coordenadas. Es un estudio viable ya que nos permite entender la cinemática del flujo de fluidos y la interacción de las partículas a recircular [10]

⁴ Acronimo referido a la dinámica de fluido computacional, haciendo referencia a la evaluación numérica.

Se verifica que existen muchas limitaciones para el estudio debido a una trayectoria extensa y compleja, sin embargo por sus cualidades, es posible analizar el movimiento de un grano de material particulado que sigue la trayectoria de una línea de corriente.

b) Descripción del movimiento de los fluidos por Euler

El estudio de una partícula no se da siguiendo la trayectoria que describe esta, sino consiste en determinar un volumen o región en particular del espacio y describir lo que sucede dentro de esa región o punto, a medida que el fluido pasa a través de ellos [10].

El estudio se puede realizar de manera diferencial si es que se desea conocer de forma muy detallada algún parámetro fluido dinámico en esa región o de manera integral si es que el interés se centra en la información global, por ejemplo la presión a la salida de un volumen de control o la velocidad promedio de las mismas.

2.1.4 Ecuación de conservación de masa

La formulación de la “conservación de la masa” es una extensión del principio de la formulación de la conservación y continuidad.

Los fundamentos fluido dinámicos para la relación de conservación de la masa para un sistema cerrado, se expresa como $m_{sist} = cte$ ó $dm_{sist} / dt = 0$ lo cual es un enunciado del hecho verídico que la masa del sistema permanece constante durante un proceso. Para un volumen de control ($\forall c$), el cual será la cámara experimental del banco de prueba.

$$\dot{m}_{ent} - \dot{m}_{sal} = \frac{dm_{\forall c}}{dt} \quad (2.3)$$

Donde \dot{m}_{ent} y \dot{m}_{sal} son las masas que entran y salen del volumen de control respectivamente y $dm_{\forall c} / dt$ es la razón geométrica de cambio de la masa dentro de las fronteras del volumen de control analizado. Para la mecánica de fluidos, la relación de conservación de masa escrita para un volumen diferencial, se le denomina ecuación fundamental de continuidad. Este principio para un volumen de control, que para nuestro caso será el banco de prueba del proceso de experimentación, se puede escribir como la transferencia absoluta de la masa hacia el interior del banco de prueba, o hacia fuera de éste durante un intervalo Δt . Con frecuencia se asume la ecuación 2.3 como el balance de masa y es aplicables a cualquier “volumen de control”, para nuestro caso será el banco de ensayo experimental.

Se puede visualizar la configuración de distribución básica de la cuba de análisis. Consta de un sistema de ingreso másico, y otro de salida, el cual evacuará una cantidad de gasto volumétrico para un tiempo Δt luego la diferencia de flujo másico entre lo que entra y lo que sale deberá ser igual a cero, a fin de verificar la ley de la conservación.

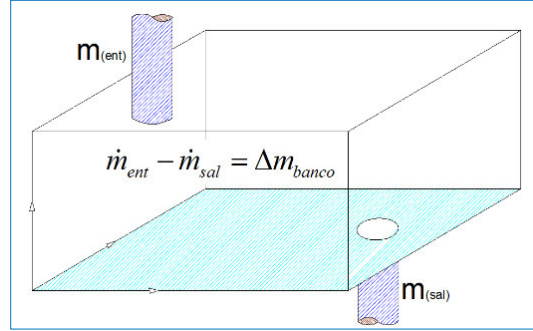


Fig. 2.2. Esquema para la conservación de la masa en el banco de ensayo.

Para el espacio de control que se muestra en la figura (2.2) se puede deducir la ecuación con los fundamentos de conservación.

$$\frac{\partial m_{\forall c}}{\partial t} = \frac{m_{entra(\Delta t)}}{\Delta t} - \frac{m_{sale(\Delta t)}}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Una extensión integral de la ecuación anterior, podría ser descrita para un instante cualquiera para un volumen de control $\forall c$.

$$\frac{\partial m_{\forall c}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\forall c} \rho d\forall \quad (2.5)$$

Siendo dA un elemento diferencial de área del volumen de control, parte del fluido del sistema pasará a través de dicho elemento de área con una velocidad determinada.

Por lo tanto la formulación integral para la ecuación anterior, considerando el caudal total que sale a través de la superficie de control, será:

$$\frac{dm_{sale}}{\Delta t} = \iint_{A_s} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.6)$$

Para un análisis de balance másico entre el gasto que ingresa hacia el espacio de control y el gasto que sale del “volumen de control”, se realiza un análisis análogo para la masa que ingresa para una variación de tiempo Δt .

$$\frac{dm_{entra}}{\Delta t} = - \iint_{A_e} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.7)$$

Para encontrar la formulación general de la ecuación integral de la conservación de la masa, se combina las ecuaciones propuestas quedando la siguiente expresión.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho dv = - \iint_{A_e} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} - \iint_{A_s} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2.8)$$

2.1.5 Ecuación de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli hace referencia a la conservación de los valores fluido dinámicos de la energía cinética, potencial y la energía de un flujo de fluido y la transformación de una expresión en relación al otro término en las regiones del flujo en donde las fuerzas viscosas netas son despreciables.

En este trabajo de investigación, se presentan las formulaciones con un panorama general de los principios de conservación. Se deduce la ecuación de Bernoulli por la utilización de la segunda ley de Newton a un elemento de fluido, desarrollado sobre una línea de corriente, válido para el análisis del sistema de dilución hidrodinámico.

Es una relación fluido dinámico que relaciona la presión, la velocidad y la elevación respecto a un nivel de referencia, siendo esta relación válida para condiciones de flujo estacionarias e incompresibles. Es una formulación de práctica utilidad; las consideraciones para su aplicación se fundamentan en que es una ecuación aproximada, la cual se puede utilizar en zonas no viscosas del flujo o también en aquella región donde las magnitud de fuerza por la viscosas son menores o depreciables en comparación con otras fuerzas como la fuerza inercial, gravitacional o ejercida por la presión.

Es adecuado expresar el movimiento de una partícula en función al desplazamiento s a lo largo de una línea de corriente, por ello, de la cinemática se puede expresar el valor de la velocidad como $V = ds / dt$ comprendiendo que la trayectoria de una línea de corriente no es una recta, sino un movimiento curvilíneo. Cada partícula está sujeta a dos fuerzas, estas serán la fuerza tangencial con aceleración según la corriente a_s y otra normal o centrípeta $a_n = V^2 / R$ como se puede verificar en este caso; la aceleración según la corriente se debe a la variación en el módulo de la velocidad a lo largo de la trayectoria de la corriente, y la normal se debe al cambio en la dirección.

Como se verifica podemos poner a la velocidad de una partícula en función del espacio s y del tiempo t , quedando como $V(s, t)$ realizando la diferenciación total de este término y dividiendo ambos términos entre dt queda.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.9)$$

Con la consideración que se realizó para flujo no transitorio $\partial V / \partial t = 0$ donde se verifica que $V = V(s)$ y la aceleración en la dirección s se puede expresar como:

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s} \frac{ds}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s} V = V \frac{dV}{ds} \quad (2.10)$$

Analicemos la cinemática de un elemento puntual bidimensional, en un campo de flujo estacionario, cuando se utiliza la segunda ley de Newton la cual expresa una relación de conservación del momento lineal en la mecánica de fluidos, formulación necesaria para fundamentar la dinámica de las líneas de corriente, en este trabajo de investigación aplicando la ecuación de la segunda ley de Newton a lo largo de una línea de corriente.

Se tiene una gráfica bidimensional x, z y una línea de trayectoria para un análisis cinemático y de momento.

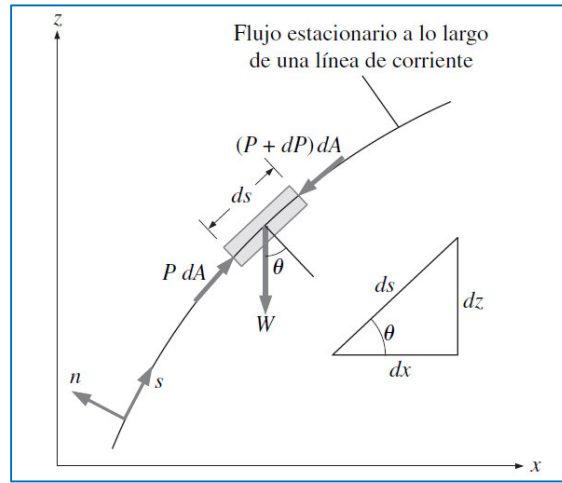


Fig. 2.3 Fuerzas sobre un elemento puntual de agua en una línea [10]

Aplicando la segunda ley de Newton $\sum F_s = ma_s$, realizando un balance de fuerzas para el “volumen de control” de la figura 2.3 se tiene la siguiente formulación.

$$P dA - (P + dP) dA - W \sin(\theta) = m V \frac{dV}{ds} \quad (2.11)$$

Se puede visualizar en la figura 2.3 al ángulo θ como el ángulo entre la normal a la línea de corriente y el eje vertical z sustituyendo se tiene la siguiente relación.

$$-dP dA - \rho g dA ds \frac{dz}{ds} = \rho dA ds \frac{1}{2} d(V^2) \quad (2.12)$$

Para flujo estacionario, integrando la expresión, se tiene la fórmula de Bernoulli.

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \gamma z = cte \quad (2.13)$$

2.1.6 Ecuación de cantidad de movimiento.

Para el análisis y estudio del sistema de mezcladores hidrodinámicos tipo Venturi, es necesario realizar una introducción breve a los fundamentos de la ecuación de la cantidad de movimiento aplicado al flujo de fluidos. La ecuación mencionada se fundamenta en la ecuación del transporte de Reynolds, la cual origina la formulación de las ecuaciones de los momentos lineales y angular para un volumen de control.

Determinación del volumen de control

Un volumen de control es una región arbitraria en el espacio en donde el fluido se desplaza; la superficie que engloba al volumen de control podría ser estática, en movimiento, incluso en proceso de deformación. Es importante tener las fronteras bien definidas para el desarrollo de un análisis, identificar el gasto o flujo que ingresa y sale del volumen de control puesto que estos fundamentos ayudan a determinar un volumen de control para la simulación en la plataforma ANSYS CFX 17.0 más adecuada.

Para delimitar el volumen de control de manera adecuada es importante identificar los accesorios que están involucrados en la frontera o en el interior del espacio de estudio, en nuestro caso el volumen de control será la cuba donde se analiza la interacción del flujo inyectado con la boquilla de aceleración y el fluido circundante.

Para el análisis en CFD se identificarán sub volumen de control, situados en el interior del volumen de control general (cámara de mezcla), por ejemplo, para determinar la velocidad en una boquilla de aceleración, o un espacio de recirculación. Para nuestro caso el volumen de control será estacionario y fijo.

Fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre el volumen de análisis

El volumen de control interactúa con un medio circundante, el cual actúa sobre el volumen de control pudiendo ser la fuerza gravitacional y las “fuerzas superficiales” que actúan sobre las fronteras de control estas son: fuerza de presión, fuerzas viscosas y las fuerzas de reacción en las secciones de contacto.

En el análisis del volumen de control, la suma de todas aquellas fuerzas que interactúan se puede expresar como

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{cuerpo} + \sum \vec{F}_{superficial} \quad (2.14)$$

La fuerza del cuerpo es una carga sobre cada espacio volumétrico del volumen de control. La fuerza de cuerpo que analizaremos es la fuerza gravitacional, esta fuerza interactúa considerando la dirección y superficie. La fuerza diferencial del cuerpo podría ser descrita como $d\vec{F}_{cuerpo} = d\vec{F}_{gravidad}$ que actuará en una porción diferencial volumétrica en el volumen de control, a la vez la fuerza gravitacional diferencial podría escribirse de la siguiente manera $d\vec{F}_{gravidad} = \rho \vec{g} d\forall$ pudiendo así escribirse la ecuación general en su forma integral de las fuerzas que actúan sobre un volumen de evaluación.

$$\sum \vec{F}_{cuerpo} = \iiint_{\forall_c} \rho \vec{g} d\forall = m_{\forall_c} \vec{g} \quad (2.15)$$

Para el caso de la fuerza superficial se tiene la siguiente formulación vectorial [10]

$$d\vec{F} = \sigma_{ij} \cdot d\vec{A} \quad (2.16)$$

Esta formulación presenta al inicio un tensor de segundo orden (σ_{ij}), este tensor de esfuerzos es necesario para poder describir de manera adecuada los esfuerzos superficiales en un punto en el flujo. Luego se realiza el producto obtenido del tensor mencionado y del vector unitario para un diferencial de área $d\vec{A}$. El resultado de este producto escalar es un vector cuya magnitud es la fuerza por unidad de área que actúa sobre el elemento.

Por lo tanto la fuerza que actúa sobre la superficie del volumen de control al integrar se formula de la siguiente manera.

$$\sum \vec{F}_{sup} = \int_{sc} \sigma_{ij} \cdot d\vec{A} \quad (2.17)$$

Ecuación de transporte de Reynolds.

Se conoce la formulación de la segunda ley de Newton, aplicado a un elemento de masa m que está sometida a una fuerza resultante F con $m\vec{V}$ esta formulada como momento lineal del sistema.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) \quad (2.18)$$

Por lo tanto esta expresión se puede remplazar en términos integrales como:

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} \iiint_{\text{sis}} \rho \vec{V} d\forall \quad (2.19)$$

Se sabe que la ecuación de transporte de Reynolds es una ecuación que permite relacionar los puntos de vista del volumen de control y del sistema.

La ecuación del momento lineal se obtiene cuando se remplaza la propiedad extensiva cualquiera B_{sis} en la formulación del transporte de Reynolds por la cantidad de movimiento $m\vec{V}$ a la vez se verifica que b es la correspondiente propiedad intensiva para la cantidad de movimiento será la velocidad \vec{V} [9]

$$\frac{dB}{dt}_{\text{sis}} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\forall c} b \rho d\forall + \iint_{sc} b \rho (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (2.20)$$

Formulación general de la ecuación de cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento es una ecuación vectorial. Se utiliza para poder cuantificar las interacciones de fuerzas entre un fluido en movimiento y las fronteras sólidas que se encuentran en contacto con este. Utilizando la ecuación de transporte de Reynolds se realizan los siguientes remplazos de manera conveniente $B = m\vec{V}$ y para su correspondiente propiedad intensiva como $b = m\vec{V} / m = \vec{V}$. Reemplazando estos valores en la ecuación se tiene lo siguiente:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt}_{\text{sis}} = \sum \vec{F}_{\text{sis}} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\forall c} \rho \vec{V} d\forall + \iint_{sc} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (2.21)$$

Para un volumen de control estacionario, considerando que el sistema y el espacio de evaluación coinciden, se puede afirmar que $\sum \vec{F}_{\text{sis}} = \sum \vec{F}_{\forall c}$ por lo que se tiene la ecuación integral de cantidad de movimiento para un volumen de control no transitorio con un sistema de referencia inercial, que se encuentra situada en el volumen de control.

$$\sum \vec{F}_{\forall c} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\forall c} \rho \vec{V} d\forall + \iint_{sc} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (2.22)$$

2.1.7 Flujo en tuberías

Para el diseño de los sistemas de mezcladores hidrodinámicos tipo Venturi, se utilizarán una red de tuberías, esta red se encargará de alimentar a los sistemas hidrodinámicos de dilución, por ende, realizaremos un análisis para flujo de fluidos en tuberías circulares.

El flujo en un conducto se da por la variación de presiones.

Para el estudio del flujo sobre las tuberías se pondrá una especial análisis a la fricción, la cual se vincula directamente con la descenso de la presión y la pérdida de carga, entonces la cuantificación de la caída de presión es de especial importancia para estimar la potencia de la bomba a utilizar.

2.1.7.1 Régimen de flujo en tuberías

Para cuantificar la pérdida de carga en el flujo de fluido a través de una tubería es preciso poder determinar el régimen del flujo. Debido a la existencia de la viscosidad como característica del fluido, se origina una tensión tangencial entre las capas del fluido haciendo variar la velocidad, la longitud característica L ahora será remplazada en la ecuación general para la determinación del Reynolds por el diámetro de la tubería.

Para determinar el régimen del fluido se utilizará el número de Reynolds, que expresa la razón geométrica entre la fuerza inercial y la fuerza ejercida por la viscosidad.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (2.23)$$

a) Flujo laminar en tubería

La distribución laminar entre las capas que componen el flujo de fluido realizan un desplazamiento ordenado, generando el movimiento ordenado de las líneas de corriente. Este régimen es común a bajas velocidades o viscosidades altas, como se muestra en la figura 2.4 se verifica que es pronunciado el perfil de velocidades para este régimen como se comprueba en esta distribución, el crecimiento de la velocidad con respecto al radio es elevado. La velocidad en el eje axial para la tubería presenta la mayor velocidad, además la distribución de velocidad genera un desarrollo casi parabólico.

El Reynolds para una tubería de sección circular para régimen laminar es menor a 2000. Es preciso mencionar que para Reynolds menores a 2300 el régimen será transitorio para el flujo en tuberías, ahora para longitudes considerables, es posible que el flujo se encuentre totalmente desarrollado; para estas condiciones se puede determinar una formulación analítica mediante la ecuación de “cantidad de movimiento” aplicado a un “volumen de control”, obteniéndose el perfil de velocidades.

Caída de presión y pérdida de carga en flujo laminar

Durante el diseño de cualquier red de tuberías, la cuantificación de la caída de presión es de vital importancia para el desarrollo adecuado del proyecto; por ello la importancia de estudiar e identificar la causa de la caída de presión Δp con la finalidad de minimizar los efectos adversos. La expresión Δp está relacionada directamente con la potencia de la bomba a instalar; se puede escribir la relación para la variación de la presión conforme avanza el flujo como:

$$\left(\frac{dP}{dx} \right) = \frac{p_2 - p_1}{L} \quad (2.24)$$

Pudiendo sustituir las expresiones de velocidad, longitud característica y el factor de Darcy para determinar la caída de la presión tal como se muestra.

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{prom}^2}{2} \quad (2.25)$$

Donde la expresión $\rho V_{prom}^2 / 2$ sera la presión dinámica y el factor f es el factor de Darcy. Este factor es posible determinar en función del Reynolds y de la rugosidad del material en la que fluye el fluido, utilizando el diagrama de Moody. Por otra parte, también puede escribirse el factor f en función del esfuerzo cortante y la velocidad promedio como se especifica en la siguiente expresión:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V_{prom}^2} \quad (2.26)$$

Para fines prácticos la ecuación anterior se puede reescribir en una formulación conocida como la ecuación de Darcy-Weisbach que expresa la pérdida de carga en unidades de longitud h_f tal como se muestra en la siguiente expresión:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2.27)$$

Como se está tratando de un comportamiento en régimen laminar, el factor f se puede aproximar a un valor de $64/Re$. Para el caso de trabajar con materiales lisos es posible tener una buena aproximación para el factor de pérdida de carga mediante la siguiente expresión implícita para f .

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.86 \ln(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8 \quad (2.28)$$

b) Flujo Turbulento en tubería

Es un régimen con movimiento entre capas de manera caótica. Este régimen es típico en sistemas hidráulicos. El desplazamiento de las partículas es desordenado, formando pequeños remolinos. La transferencia de energía se da a través del modelo de cascada energética de remolinos mayores a menores; la cuantificación de este fenómeno es básicamente estadístico debido a la gran aleatoriedad de la dinámica de las partículas.

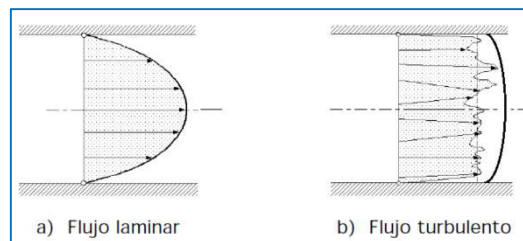


Fig. 2.4. Régimen de flujo en tubería [10]

El comportamiento turbulento del régimen del flujo de fluido se da para valores mayores a un Reynolds de 4000. Para valores de Reynolds que se encuentran entre 2000 y 4000, tiene un comportamiento transitorio entre estos dos regímenes, el cual también tiene una forma analítica de cuantificar el factor de pérdida mediante el diagrama de Moody. Ahora para un análisis práctico tanto para el caso de flujo laminar o turbulento, se pueden definir los valores fluido dinámicos de velocidad y presión como valores medios. Para su aplicación práctica en modelos analíticos que originan un régimen ideal que se denominará movimiento o régimen medio; este modelo no se aplica a secciones que están cerca de las fronteras sólidas, donde tiene mayor relevancia los fundamentos de capa límite. Por la necesidad de operación rápida en los procesos productivos, se suele encontrar velocidades elevadas con altos valores del Reynolds en las redes piping, esto clasifica a la mayoría de los flujos en el proceso productivo como flujos turbulentos.

Para este trabajo de investigación se utilizará un gasto másico que genere valores elevados de Reynolds en las redes piping, por ende, es necesario realizar un análisis que fundamente las formulaciones analíticas para un diseño adecuado.

Perfil de velocidad turbulento.

Teniendo en cuenta las características del flujo turbulento, las imprecisiones de los parámetros fluido dinámicos puntuales implican desarrollar modelos aproximados de carácter empírico, presentando constantes de ajuste de procedencia netamente experimental. Considérese una tubería horizontal, para un flujo turbulento desarrollado como se muestra en el siguiente esquema, se generan las siguientes capas.

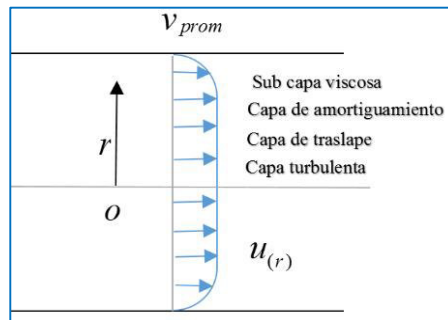


Fig. 2.5. Perfil desarrollado de velocidad para flujo en tuberías.

Para el perfil de flujo turbulento totalmente desarrollado, se presenta según modelos experimentales, cuatro capas, siendo la subcapa viscosa la primera donde prevalecen los efectos viscosos del fluido. Posterior a este se ubica la zona de amortiguamiento donde las causas de la turbulencia se hacen notorios pero sin relevancia, a continuación se encuentra la capa de traslape donde el comportamiento turbulento es de gran magnitud, y finalmente el núcleo turbulento, donde los efectos viscosos son despreciables.

Las características del flujo en cada capa son diferentes, por ende, no es posible formular una relación analítica para el perfil de velocidades.

A nivel experimental se puede identificar que la subcapa viscosa es pequeña, pudiendo llegar a valores por debajo de 1% del diámetro para la tubería que lo confina. Pero la importancia radica en el desgaste energético entre el fluido y la superficie.

El comportamiento de la subcapa viscosa es de tendencia laminar y por lo tanto, el esfuerzo de corte corresponde para una formulación análoga para flujo laminar, por lo que la viscosidad del fluido es proporcional al esfuerzo de corte del flujo laminar. Desde la velocidad cero hasta el eje central, la gradiente de velocidad tiene una tendencia casi constante, siendo entonces el crecimiento de tendencia lineal; experimentalmente esta

aseveración se confirma, por lo tanto es posible tener la relación $du/dy = u/y$ y el esfuerzo de corte de la pared como se muestra a continuación

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \frac{\nu u}{y} \quad (2.29)$$

Extrayendo la raíz cuadrada al primer miembro de la ecuación 2.29 se tiene unidades de velocidad, denominándose por esta característica como velocidad de corte, pero se aclara que la expresión $U^+ = \sqrt{t_w / \rho}$ no es una velocidad, luego se sustituye esta expresión en la sub capa viscosa, pudiéndose expresar de la siguiente manera.

$$\frac{u}{U^+} = \frac{yU^+}{\nu} \quad (2.30)$$

Es una ecuación adimensional que se le denomina como la ley de la pared. Esta expresión tiene una buena correlación con datos experimentales para superficies lisas para un rango de $0 \leq yU^+ / \nu \leq 5$ pudiendo así aproximar de forma satisfactoria el espesor de la subcapa viscosa con la siguiente expresión.

$$\delta_{subcapa} = \frac{5\nu}{U^+} = \frac{25\nu}{u_\delta} \quad (2.31)$$

Donde u_δ es la velocidad en el límite de la subcapa viscosa, la cual tiene una relación con la velocidad promedio en la tubería. La expresión ν / U^+ presenta unidades dimensionales de longitud, denominándose a esta expresión como longitud viscosa.

Naturaleza de la turbulencia en ductos circulares

Una de las características de los flujos en mecánica de fluidos es la turbulencia, la existencia de esta exige la dinámica de un flujo de fluido, en el que los fenómenos de convección, los cuales están relacionados a la velocidad, sean de grados mayores en magnitud a los efectos difusivos (la difusividad está ligada a la naturaleza viscosa del fluido). Las propiedades más notables del comportamiento turbulento son: aleatoriedad, vorticidad, difusividad, tridimensionalidad, disipación, altos valores de Reynolds, etc.

Las fluctuaciones energéticas proporcionan un mecanismo para transferir movimiento, lo cual origina los comportamientos turbulentos antes mencionados. Se puede verificar la generación de remolinos de escalas variadas; estos trasladan masa, cantidad de movimiento energías a otras secciones del flujo, por ello los flujos turbulentos están

relacionados con parametros mucho más elevados de coeficientes de fricción (directamente proporcionales a las pérdidas de carga).

Para una sucesión de tiempo, se pueden identificar valores diferentes de las componentes de las velocidades, notándose que fluctúan alrededor de un valor promedio, lo que indica mediante un valor promedio la velocidad se puede representar \bar{u} y una componente fluctuante u' . Este valor fluctuante oscila para cada instante respecto al valor promedio, por lo tanto para un parámetro de velocidad se escribe como $u = \bar{u} + u'$.

Esfuerzo de corte en ductos

La velocidad es de tendencia creciente conforme se aleja de la pared, iniciando desde una velocidad nula hacia una máxima. Para generar la formulación del esfuerzo de corte en la pared consideremos una tubería horizontal. Las partículas presentarán dos componentes de velocidad u' en dirección al flujo y v' en dirección perpendicular al eje axial de la tubería. Podemos cuantificar el flujo másico para un diferencial de gasto que se traslada en dirección perpendicular al flujo quedando de esta manera la expresión $d\dot{m} = \rho v' dA$ la cual también transmite cantidad de movimiento en esa dirección así aumentando también la velocidad en la dirección u' por tanto, se estima que la “cantidad de movimiento” en la dirección del flujo aumente en una proporción de $(\rho v' dA)u'$, que deberá ser igual a la disminución de la cantidad de movimiento de la capa adyacente superior. Por lo tanto, para relacionar un diferencial de fuerza que actúa en un diferencial de área, tenemos la siguiente expresión $\partial F / dA = -\rho u'v'$, la cual se nota que es un esfuerzo de corte para un instante. De esto podemos concluir la siguiente expresión

$$\tau_{turb} = -\overline{\rho u'v'} \quad (2.32)$$

A nivel experimental, se verifica que el valor de $\overline{u'v'}$ es negativo, por lo que para tener esfuerzos positivos, a la expresiones $-\overline{\rho u'v'}$ o $-\overline{\rho u'^2}$ se les conoce como esfuerzos turbulentos. También se relaciona el segundo miembro de la ecuación 2.33 con la gradiente de la velocidad para un eje perpendicular a la línea axial de la tubería, este factor de proporcional que genera la igual es una característica de cada fluido, siendo esta la viscosidad.

$$\tau_{turb} = -\overline{\rho u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.33)$$

Diagrama de Moody

Como se justificó la determinación del factor de pérdida f para la determinación de la pérdida de carga o la disipación energética en la tubería, es preciso identificar el régimen de flujo. El factor de fricción para régimen turbulento totalmente desarrollado está en función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa ε/D . Los resultados analíticos para la formulación de la relación son de resultados experimentales (J. Nikuradse, 1933) [10] esta aproximación se desarrolló de manera cuidadosa pegando granos sobre la superficie (utilizando granos de diferente diámetro).

Los resultados se presentan mediante un diagrama tabular (Colebrook, 1901-1997) denominado diagrama de Moody [11]. La relación implícita para la determinación del factor de pérdida es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (2.34)$$

La ecuación anterior presenta el factor de pérdida de manera implícita. Para cuestiones prácticas, es posible determinar el valor de f mediante una formulación planteada por S.E. Haaland (1983); esta expresión presenta el coeficiente de pérdida de manera explícita escribiéndose como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log \left(\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right) \quad (2.35)$$

De manera experimental se determinó que el error para esta expresión es alrededor del 2% respecto a la ecuación de Colebrook [10].

La ecuación 2.34 ajustado en un diagrama brinda el coeficiente de fricción, este diagrama denominada Diagrama de Moody aproxima de manera adecuada el factor de fricción para régimen turbulento, laminar, también para tuberías lisas, y régimen transitorios.

Caídas de presión y pérdidas de carga en flujo turbulento.

El fluido durante su recorrido por un circuito de tuberías pasa a través de varias uniones, válvulas, codos, ramificaciones, entradas, salidas, contracciones y ensanchamientos, provocando deformaciones en el flujo natural de la corriente, generando fluctuaciones energéticas las cuales generan caídas de presión o de carga; por ser de carácter puntual en la red piping se le denomina pérdidas menores.

Si se puede contar con el coeficiente de pérdida del accesorio k_L el cual es brindado para cada accesorio mediante pruebas experimentales, la formulación analítica para estimar la pérdida de carga por accesorio se escribe como:

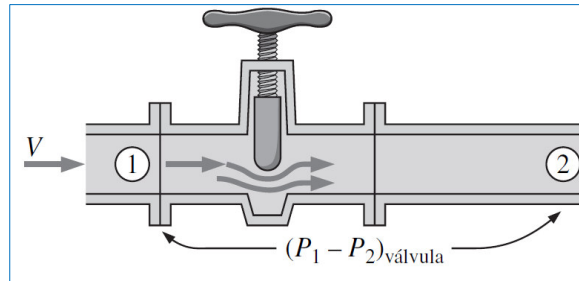


Fig. 2.6. Llave de control para una red piping [10]

$$h_L = k_L \frac{V^2}{2g} \quad (2.36)$$

Estas pérdidas de energía hidráulica interna se deben a la característica viscosa del fluido. Esta expresión está escrita en función de parámetro fluido dinámico de la velocidad, la geometría del ducto, la rugosidad de la pared la cual varía para cada material y la densidad del fluido. Se tiene una fórmula denominada ecuación de Darcy - Weisbach la cual calcula de manera acertada esta pérdida hidráulica [12].

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2.37)$$

Donde el factor de pérdida de Darcy (f) se puede calcular a mediante el diagrama de Moody o de la formulación de Colebrook, teniendo en cuenta el régimen del flujo [9]

Generalmente a las perdidas hidráulicas por fricción suele llamarse pérdidas mayores, puesto que este aporta la mayor perdida por efectos de cizalla, del mismo modo a las perdidas hidráulicas por accesorios suele denominarse pérdidas menores, este se debe a la pérdida energética generada por las válvulas, medidores, codos etc.

2.2 Transporte de material particulado

El flujo de fluido que impulsa el inductor hidrodinámico, genera las líneas de corriente que transportan energía cinética; la potencia de esta corriente será determinante para identificar la capacidad de arrastrar el material particulado.

Para establecer la relación entre la energía del flujo de fluidos y la inercia de la partícula sedimentada, se deberá analizar la configuración física y sustancial de los sedimentos en las estaciones de bombeo minero.

Las propiedades de los sedimentos, se agrupan en dos campos, siendo el primero las propiedades del material discreto, básicamente análisis individual; y el segundo son las propiedades de un conjunto de sedimentos analizados mediante modelos estadísticos.

Para el análisis del material discreto se tiene en cuenta lo siguiente: dimensiones de la partícula, la velocidad de sedimentación, peso específico y forma geométrica de la partícula discreta. Para el análisis de los materiales de sedimentación en conjunto, se tiene en cuenta lo siguiente: distribución granulométrica, peso específico representativo o aparente y el ángulo de reposo del material sólido.

2.2.1 Propiedades del material particulado

Antes de sostener los fundamentos teóricos de la mecánica de transporte de las partículas por la corriente del flujo de fluido, es importante caracterizar las propiedades de los sedimentos con las que se va trabajar. Existen muchas propiedades, para este trabajo de investigación se propone las propiedades para material discreto de interés. Es preciso aclarar que no se realizara el estudio de la configuración fractal⁵ del material sedimentado.

a) Tamaño de la partícula

Para el análisis adecuado de arrastre de las partículas en las cámaras de bombeo, un factor de interés es la velocidad de decantación, esto tiene diferentes maneras de comportarse la cual está en función a diferentes factores, uno de estos es el tamaño, debido a que guarda relación con el volumen y el peso. Definir el tamaño de la partícula es de utilidad en la ingeniería y para este trabajo de investigación. El tamaño de la partícula sólida normalmente está definido por el diámetro característico. Según la *Subcommittee on Sediment Terminology of the American Geophysical Union*, existente tres diámetros característicos [20]

⁵ Estructura iterativa que su aspecto y distribución estadística no varía con la escala o con que se observe.

Diámetro nominal: Diámetro de la esfera del mismo volumen que el de la partícula.

Diámetro de sedimentación: Diámetro de la esfera de igual densidad, que sedimenta con la misma velocidad que una partícula sólida dada.

Diámetro de tamizado: Es la dimensión de la menor malla del tamiz que deja pasar la partícula sólida.

b) Forma geométrica del sedimento

Por la complejidad de la forma para una partícula, se generan factores de forma que corrigen las formulas generales del modelo de Stokes para una partícula discreta. Los efectos de la forma inciden en gran medida en la velocidad de sedimentación, en la capacidad de arrastre y sustentación de las partículas.

Durante la fracturación de las rocas no es posible que las partículas discretas de estudio presenten una distribución esférica exacta, por tanto se busca analizar que tan parecido a una esfera es una partícula. Para cálculos prácticos en ingeniería se generan dos factores importantes, la esfericidad y el factor de forma [54]

$$Ef = \left(\frac{\text{Volumen de la partícula}}{\text{Vol. de la esfera circunscrita}} \right)^{1/3} \quad (2.38)$$

Mediante análisis experimental realizados por *McNow y Malaika* (1950) estimaron que existe una relación entre el factor de forma, la esfericidad y la velocidad de sedimentación. De acuerdo con el *Inter – Agency comittee on wáter Resources* es posible ajustar al factor de forma a un valor adimensional de 0.7 este valor se adoptará para el análisis de material particulado, por guardar estrecha relación con la configuración del material particulado de estudio [20]

c) Peso específico del material particulado

El peso específico del material particulado producto de la explosión, chancado o cualquier otro factor que fracture en granos minúsculos a la roca, depende en gran medida de su composición mineralógica [2]. Se tomarán valores referenciales del material más abundante para la explotación minera, teniendo en su configuración geomecánica mayores componentes de sílice y cuarzo.

$$\gamma_s = 2650 \frac{Kg}{m^3} \quad \text{Peso específico para el material sólido seco.}$$

$$\gamma_{sm} = 1650 \frac{Kg}{m^3} \quad \text{Peso específico para el sólido sumergido en la cámara de bombeo.}$$

d) Velocidad de sedimentación

Siendo el peso específico del sólido mayor a la del agua, tiende a sumergirse. Simulando tener una partícula esférica, si se deja caer desde el espejo de agua, la partícula inicia su movimiento desde un valor nulo, la velocidad de decantación se incrementa hasta un valor máximo denominado velocidad límite, esto se debe al incremento de la “fuerza de resistencia” efectuado por la viscosidad del agua. Según el modelo de Stokes es posible determinar las fuerzas actuantes, igualando a cero la sumatoria de fuerzas (fuerza de gravedad, fuerza de empuje hidrostático y la fuerza de rozamiento solido fluido).

La esfera acelera hasta que la fuerza resultante sea nula, la velocidad no varía en el tiempo para esta condición. Realizando el diagrama de cuerpo libre para una partícula la sumatoria de fuerzas se iguala a cero [19].

$$\sum F = F_g - F_e - F_\tau = 0 \quad (2.39)$$

Remplazando en la expresión anterior las fuerzas se tiene lo siguiente ecuación práctica

$$\frac{\pi}{6} d^3 \gamma_p - \frac{\pi}{6} d^3 \gamma - C_D \left(\frac{1}{2} \rho A V_s^2 \right) = 0 \quad (2.40)$$

Despejando la velocidad de sedimentación, se tiene la expresión en función del coeficiente de fricción:

$$V_s = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g}{C_D} \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \right) d} \quad (2.41)$$

La forma que tiene una partícula afecta considerablemente a la velocidad terminal. Para el estudio cinemático de las partículas se agrupa según su forma geométrica, pudiendo ser elipsoidales, isométricas, orto trópico e irregular.

El coeficiente de arrastre depende del número de Reynolds y del factor de forma $C_D = f(Re, Ff)$, donde el valor del Reynolds es $Re = V_s d / \nu$ [19]

Para $Re < 0.1$ el valor del factor de sustentación propuesto por Stokes es $C_D = 24/Re$ por lo que remplazando en la ecuación 2.41 de la velocidad de sedimentación se tiene

$$V_s = \frac{1}{18} \frac{gd^2}{\nu} \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma} \right) \quad (2.42)$$

Para valores de C_D se tiene el diagrama de cálculo propuesto por *After Rouse (1938)* [62] este propone determinar el valor de C_D mediante procedimientos experimentales.

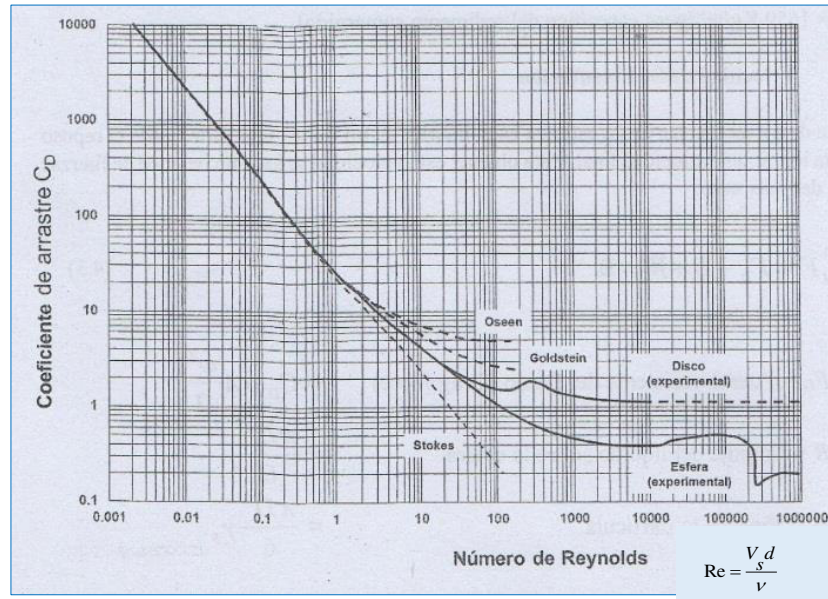


Fig. 2.11 Relación propuesta por *After Rouse (1938)*, adaptado por *Hydraulics of sediment transport, Graf para $Re > 0.1$ (1971)* [62]

Para valores de $Re > 0.1$ se realiza el análisis dinámico, a la diferencia de la fuerza de gravedad menos la fuerza de empuje se le iguala a la fuerza de fricción; en este caso la resistencia total al movimiento del material particulado de estudio es la suma de la resistencia viscosa y la resistencia al impacto.

$$\frac{\pi d^3}{6} (\gamma_p - \gamma) = 3\pi d \mu V_s + \frac{\pi d^2}{4} \rho V_s^2 \quad (2.43)$$

De la ecuación anterior, se tiene una ecuación simplificada para la determinación del coeficiente de arrastre C_D

$$C_D = \frac{24}{Re} + 2 \quad (2.44)$$

Simplificando la ecuación 2.43 para un valor adecuado de la velocidad terminal se obtiene la expresión de Rubey para la velocidad de sedimentación.

$$V_s = \sqrt{\frac{36\nu^2}{d^2} + \frac{2g}{3} \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \right) d} - \frac{6\nu}{d} \quad (2.45)$$

Einstein (1950) [63] propone una función analítica para la velocidad de sedimentación aproximada en función del diámetro característico del sedimento, a la vez esta expresión se ajusta a una curva como se muestra en la figura 2.12.

$$\log(V_s) = -0.0028(\log d)^4 + 0.068(\log d)^3 - 0.266(\log d)^2 + 0.7877(\log d) + 0.9806 \quad (2.46)$$

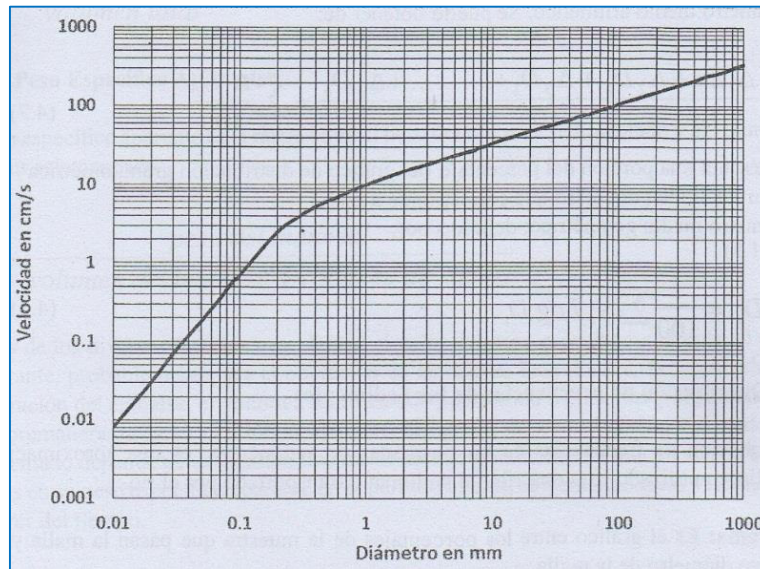


Fig. 2.12 Relación propuesto por Rubey, adaptado por Einstein (1950) [63]

e) Ángulo de reposo

Al acumular un conjunto de partículas se genera un ángulo entre el plano y la directriz del cumulo de sedimentos, este ángulo denominado ángulo de reposo es de utilidad para el estudio de las condiciones de inicio de movimiento *Gibson* (1946) propuso un modelo analítico para la determinación del ángulo de reposo del sedimento sumergido [65].

$$\tan \phi = kd^{0.125} \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma} \right)^{0.19} r_d^{0.25} \quad (2.47)$$

Donde ϕ es el ángulo de reposo para el material sedimentado y r_d es la razón entre la mayor y la menor dimensión del sedimento. Para esta fórmula el valor la constante utilizada para k es 0.61

2.2.2 Inicio de movimiento de material particulado

El flujo de una corriente transporta una cantidad de energía, esta interactúa durante su recorrido con diferentes obstáculos, entre ellos el material particulado sedimentado. Por lo tanto podemos realizar la siguiente interrogante: ¿El flujo de fluido tiene la suficiente energía para arrastrar las partículas?, ¿Cómo podemos cuantificar la carga energética?, ¿Los modelos analíticos son suficientes para predecir la interacción hidrodinámica?

El material particulado sedimentado empieza su movimiento, cuando las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre las partículas superan a los esfuerzos de resistencia. El movimiento de las partículas está en función de muchos parámetros fluido dinámicos, como la velocidad, viscosidad etc. Y parámetros físico geométricos del sólido como: el peso específico, volumen, forma geométrica etc. [24]

Debido a la variación granulométrica del material particulado, el movimiento no es instantáneo para todas las partículas, esto se debe a la naturaleza turbulenta del flujo que determina la fuerza tractiva sobre la partícula. La condición crítica de inicio de transporte de sedimentos, es definida como el estado en que una parte representativa del material particulado empieza a moverse, esta aseveración se verificara en la etapa experimental.

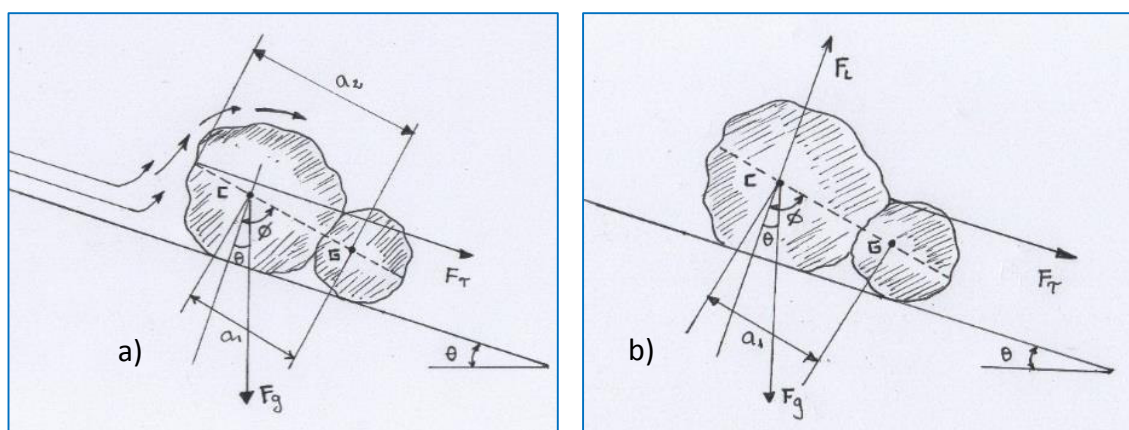


Fig. 2.14 Flujo alrededor de una partícula antes de iniciar su movimiento.

a) flujo laminar sobre la partícula b) flujo turbulento sobre la partícula

Para materiales finos, el efecto de arrastre se dificulta debido a la cohesión entre partículas, para materiales de granulometría mayor y discreta (no cohesivos) presentan resistencia al movimiento debido al peso específico y forma.

Existe dos tipos de enfoques para el análisis de arrastre de material particulado, la velocidad crítica y la fuerza tractiva crítica.

Los resultados netamente analíticos no son suficientes para poder predecir y describir el comportamiento de la interacción hidrodinámica [22], por ello se realizaron modelos experimentales para definir modelos semi-empíricos.

El flujo de fluido impacta sobre las partículas sedimentadas (véase figura 2.14) ejerciéndose una fuerza hidrodinámica actuante sobre el sedimento en el lecho de la cámara de bombeo, alcanzando un valor tal que las partículas de menor granulometría inician su movimiento. Las fuerzas actuantes sobre las partículas son: el peso de la partícula y las fuerzas de arrastre y sustentacion. Generalmente la fuerza de sustentación no se muestra explícitamente para un modelo netamente analítico, pues la combinación de los factores que conforman la sustentación depende de las variables que conforman el arrastre, por ello se escribe la ecuación general 2.48 en función del coeficiente de forma. La fuerza de arrastre depende del diámetro característico del material particulado, de un esfuerzo de corte inicial y de los coeficientes de forma $C_{form} = C_2$, expresándose así:

$$F_{\tau} = \tau_0 C_{form} d^2 \quad (2.48)$$

La fuerza actuante de la gravedad sobre una partícula de sedimento sumergido para el caso de flujo laminar, depende del coeficiente de uniformidad del material (si el material se aproxima a una esfera este factor es $C_1 = \pi/6$), el diámetro característico y la diferencia de pesos específicos entre la partícula y el agua.

$$F_g = \frac{\pi}{6} d^3 (\gamma_p - \gamma) \quad (2.49)$$

Mediante un análisis análogo, la fuerza de la gravedad actuante sobre una partícula de sedimento sumergido para el caso de flujo turbulento depende del coeficiente de uniformidad del material, del diámetro característico de la partícula y el peso específico.

$$F_g = \frac{\pi}{6} d^3 \gamma_p \quad (2.50)$$

Como se expuso para flujo turbulento, se presenta la fuerza de sustentación. Para el caso de arrastre de material particulado en la cámara de bombeo minero, la expresión para la fuerza de sustentación se expresa como

$$F_L = C_L C_{form} \rho d^2 \frac{V^2}{2} \quad (2.51)$$

a) Análisis para flujo laminar

Cuando el régimen es laminar, los efectos de la viscosidad predominan y el flujo contornea la partícula generándose una fuerza de arrastre localizado por encima de la línea que une los centros de gravedad para la interacción con otra partícula [24]

White (1940) realizó pruebas experimentales para el análisis de estabilidad de partículas sumergidas en condiciones críticas. El análisis busca establecer un esfuerzo de corte crítico. La formulación analítica experimental que propuso es la siguiente.

$$\tau_c = 0.18d(\gamma_p - \gamma) \tan \phi \quad (2.52)$$

Sumando los momentos para el sistema de dos partículas en la figura 2.14 respecto al punto G se obtiene la siguiente igualdad con coeficientes generales (C_2, C_1)

$$C_1 d^3 (\gamma_p - \gamma) a_1 \sin(\phi - \theta) = \tau_0 C_2 d^2 a_2 \cos \phi \quad (2.53)$$

Si se desea que la partícula esté a punto de volcar e iniciar su movimiento, se deberá tener el esfuerzo crítico $\tau_0 = \tau_c$ por tanto reemplazando y simplificando la expresión anterior

$$\tau_c = \frac{C_1 a_1}{C_2 a_2} d (\gamma_p - \gamma) (\tan \phi - \tan \theta) \cos \theta \quad (2.54)$$

De las aproximaciones prácticas en ingeniería se puede hacer lo siguiente: si θ es un valor muy pequeño (característica de la pendiente para la construcción de las cámaras de bombeo minero) las funciones trigonométricas de la ecuación 2.54 pueden aproximarse de la siguiente manera $\tan \theta \cong 0$ y $\cos \theta \cong 1$ reemplazando en la ecuación 2.54 se tiene la expresión para el esfuerzo crítico.

$$\tau_c = \frac{C_1 a_1}{C_2 a_2} d (\gamma_p - \gamma) \tan \phi \quad (2.55)$$

Esta relación se puede igualar a la expresión experimental (2.52) quedando como:

$$\frac{C_1 a_1}{C_2 a_2} d (\gamma_p - \gamma) \tan \phi = 0.18 d (\gamma_p - \gamma) \tan \phi \quad (2.56)$$

$$\frac{C_1 a_1}{C_2 a_2} = k = 0.18 \quad (2.57)$$

b) Análisis para flujo Turbulento

Los efectos cinemáticos de rotacionalidad del flujo de fluidos se generan por altos valores del Reynolds, la transmisión energética se da por el efecto de cascada de energía, de mayor a menor orden. En la figura (2.14 b) se puede verificar que $a_1 = a_2$ por lo que $k = C_1 / C_2$. Remplazando y simplificando la ecuación, queda en el primer miembro una expresión adimensional que relaciona la magnitud de las fuerzas de arrastre y de la gravedad [19]

$$\frac{\tau_c}{(\gamma_p - \gamma) d} = k \tan \phi \quad (2.58)$$

2.2.2.1 Criterio basado en el esfuerzo cortante

La dinámica del material particulado en la cámara de evaluación, existe si el esfuerzo cortante de la base de la cámara de bombeo supera al “esfuerzo cortante crítico”, Cuando el agua fluye desde el ingreso hacia la salida, se genera una fuerza neta en la dirección de la base de la cámara de bombeo. Esta fuerza, la cual es el impulso o fuerza sobre la base de la cámara de bombeo, es conocida como la fuerza tractiva, es la fuerza que aplica un impacto sobre los cúmulos de material particulado en la cámara. De modo experimental, la fuerza tractiva no es la fuerza sobre un elemento puntual, sino el impacto o fuerza resultante ejercida sobre una sección determinada [4]

Mediante análisis de similitud, Shields propuso un modelo teórico experimental (la propuesta más importante del siglo XX para movimiento de partículas en un medio sumergido) para determinar las condiciones de arrastre crítico de material particulado, considerando las fuerzas que actúan sobre la partícula.

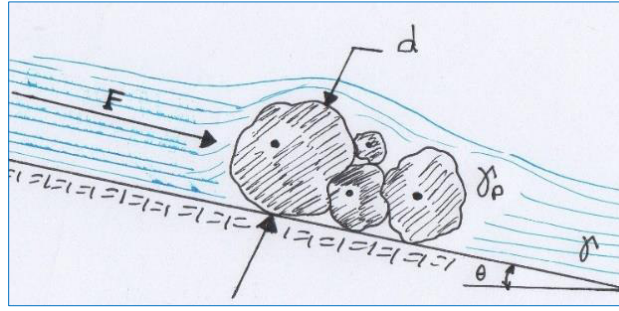


Fig. 2.15 Interacción de las líneas de corriente y las partículas sedimentadas

La fuerza F requerida que tiene que poseer la corriente para poder mover una partícula de diámetro d y de peso específico γ_p dentro de un fluido de peso específico γ es:

$$F = C_{form} (\gamma_p - \gamma) d^3 \quad (2.59)$$

Donde se verifica que C_{form} es un factor que depende de la configuración geométrica de la partícula. Por efectos hidrodinámicos el flujo ejerce una fuerza sobre las partículas impactando sobre el conjunto colmatado, expresándose así:

$$F_1 = C_D C_2 \left(\frac{1}{2} \rho u_a^2 d^2 \right) \quad (2.60)$$

Donde se verifica que u_a es la velocidad característica, C_D es el factor de arrastre calculado de la partícula al número de Reynolds correspondiente a u_a , C_2 es un coeficiente resultado de un análisis experimental tal que $C_2 d^2$ expresa el área proyectada. Por lo expuesto la determinación de los coeficientes característicos mencionado son de tendencia teórica experimental donde se propone la igualdad de las fuerzas hidrodinámicas con las fuerzas necesarias para iniciar el movimiento de las partículas.

Para analizar si las partículas inician su movimiento Shields propone el número de Reynolds cortante crítico como:

$$Re_c^* = \frac{U_c^+ d}{\nu} \quad (2.61)$$

El cual relaciona la velocidad de corte crítico que está en función del esfuerzo de corte crítico en el fondo de la cámara de ensayo, expresado como:

$$U_c^+ = \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} \quad (2.62)$$

En la figura 2.16 se muestra los resultados experimentales propuestos por Shields, teniendo como entrada los valores del Reynolds cortante crítico y el esfuerzo cortante crítico direccionando hacia una región específica que indica la dinámica de las partículas.

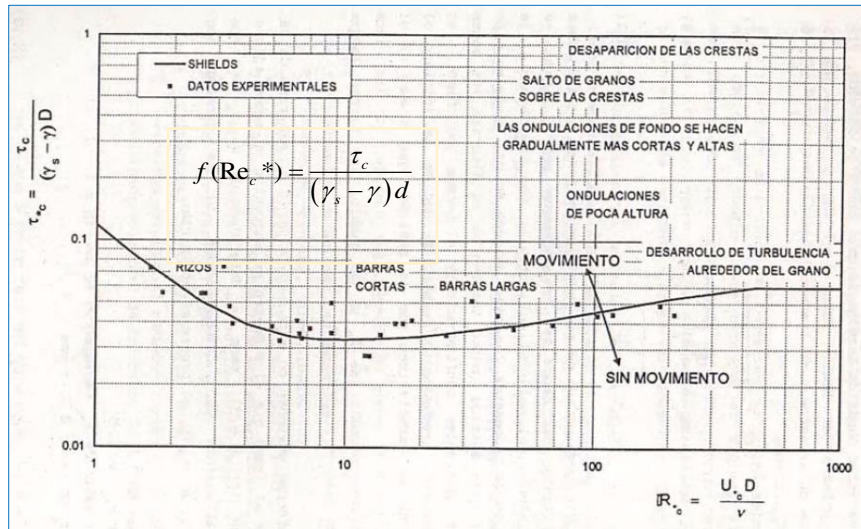


Fig. 2.16 Diagrama de Shields para movimiento incipiente [20]

Para las estaciones de bombeo minero, la granulometría tiende a asentarse en el lecho de la cámara, entonces, saber en qué condiciones y en qué momento ocurre esto es fundamental para dimensionar la capacidad de arrastre del flujo generado por la corriente en el difusor hidrodinámico tipo Venturi. Utilizaremos el diagrama de Shields (1936) con el siguiente análisis: las implicancias dinámicas del agua sobre el lecho de la cámara de bombeo puede representarse por una tensión cortante en el lecho τ , el rechazo del material particulado a ser removido puede vincularse con su masa sumergida en la cámara. Con estas variables se escribió la fórmula de la tensión cortante adimensional que compara la razón de fuerzas promotoras del movimiento con las estabilizadoras. Una primera aproximación aceptada para el esfuerzo de corte inicial es $\tau = \gamma R_h S$.

La catividad de las líneas de corriente sobre el lecho de la cámara de bombeo puede interpretarse también por la velocidad de corte, con la cual es posible identificar un número de Reynolds llamado granular Re^* . Shields propone un ábaco con una curva de

inicio de movimiento en el eje de la ordenada el esfuerzo de corte adimensional de Shields, y en las abscisas el Reynolds granular o calculado para la velocidad de corte. Se verifica que la tensión adimensional deberá igualar al valor de la ordenada para cada abscisa, para iniciar el traslado de las partículas. Como la longitud característica d se encuentra en el denominador del esfuerzo de corte adimensional, el esfuerzo de Shields deberá ser mayor cuanto mayor es la geometría del elemento particulado. El valor del parámetro de Reynolds granular indica como cociente el valor relativo de las fuerzas de inercia y las viscosas en la cobertura de un elemento particulado. A mayor Re^* la cinemática de la partícula es más turbulento alrededor del elemento particulado y la función de Shields genera una tendencia horizontal. El esfuerzo de corte crítico presentado mediante una formulación puede estimarse a partir de las condiciones de intervalo, esta metodología es alternativa al a uso del Abaco de Shields.

Para $\frac{U^+ d}{\nu} < 500$

$$\log\left(\frac{\tau_c}{(\gamma_p - \gamma)d}\right) = -0.054\left(\log\left(\frac{U^+ d}{\nu}\right)\right)^4 + 0.1631\left(\log\left(\frac{U^+ d}{\nu}\right)\right)^3 + 0.2579\left(\log\left(\frac{U^+ d}{\nu}\right)\right)^2 - 0.9344\left(\log\left(\frac{U^+ d}{\nu}\right)\right) - 0.9383 \quad (2.63)$$

Para $\frac{U^+ d}{\nu} \geq 500$

$$\frac{\tau_c}{(\gamma_p - \gamma)d} = 0.06 \quad (2.64)$$

Diferentes investigadores realizaron pruebas de ensayo, formulando expresiones analíticas corrigiendas con factores experimentales para el cálculo del esfuerzo de corte crítico, como se enumera a continuación algunos estudios.

Ecuación de USWES

La estación experimental de vías Fluviales (United States Waterways Experimental Station) de los Estados Unidos De Norte America, mediante pruebas experimentales propone la siguiente expresión analítica [65]:

$$\tau_c = 0.285 \left(\frac{\gamma_p - \gamma}{\gamma} \frac{d}{\zeta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.65)$$

Ecuación de Kramer

Obtenidas en canales experimentales de 14 m de longitud, 0.81 m de ancho y 0.30 m de profundidad. Para este modelo experimental se utilizó como material particulado de arena fina de 0.5mm de diámetro nominal, donde ζ es el coeficiente de uniformidad de kramer el cual varia entre 0.134mm a 8.09mm según la metodología o la concideración [65].

$$\tau_c = \frac{1}{60000} \left(\gamma_p - \gamma \right) \frac{d}{\zeta} \quad (2.66)$$

Ecuación de Indri

Indrí clasifica la formulación analítica experimental, según sea la dimensión del diámetro característico de la partícula, cumpliéndose esta formulacion para $d < 1.0 \text{ mm}$ [65].

$$\tau_c = 0.130d \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{1}{\zeta} \right) + 0.12 \quad (2.67)$$

Ecuación de Chang

En el modelo experimental de Chang propuesto para el arrastre de partículas en canales, el esfuerzo crítico depende de un valor numérico referencial, como se muestra en la siguiente expresión [65]:

$$\tau_c = 0.216 \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{d}{\zeta} \right)^{1/2} \quad \text{para} \quad \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{d}{\zeta} \right) > 2.0 \quad (2.68)$$

$$\tau_c = 0.304 \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{d}{\zeta} \right)^{1/2} \quad \text{para} \quad \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \frac{d}{\zeta} \right) < 2.0 \quad (2.68b)$$

Diagrama de Lane

Adicional a los modelos experimentales propuestos anteriormente, Lane (1953) propone un diagrama que contempla una considerable cantidad de material particulado. Adicional a este análisis, Lane toma en cuenta el transporte en suspensión [65].

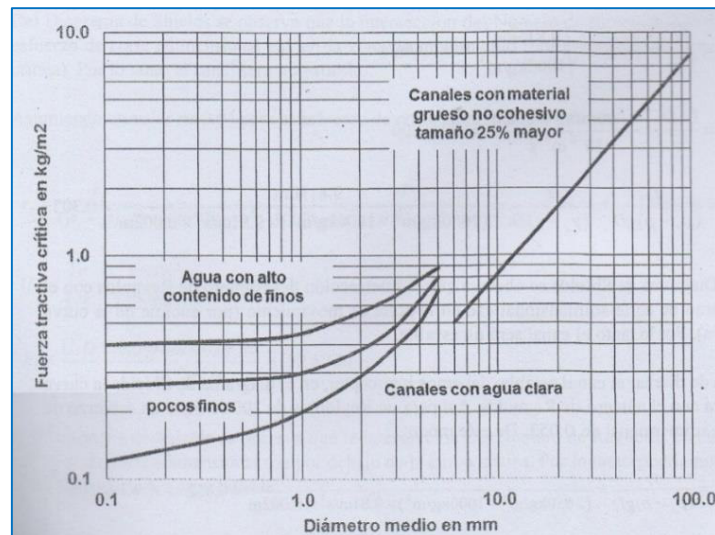


Fig. 2.17 Fuerza tractiva crítica propuesta por Lane (1953) [65]

Lane toma en consideración la característica fractal de la distribución del sedimento, busca caracterizar una muestra con la que estima esfuerzos críticos para el flujo de agua con altos contenidos de finos.

2.2.2.2 Criterio basado en velocidad de flujo

Para determinar el inicio del movimiento del material particulado o cambio de posición de los sedimentos colmatados en este trabajo de investigación, mediante la aplicación de los inductores hidrodinámicos, consistirá en hacer un contraste entre la velocidad media del flujo con la “velocidad media crítica” en la zona de campo lejano. Se ha determinado mediante modelos experimentales que para pequeños tirantes, de menor valor para la velocidad media deberá ser, para iniciar el movimiento del material sedimentado. Según esta propuesta, existirá movimiento de material particulado si la velocidad media de flujo supera la “velocidad media crítica” para el movimiento de material particulado. La cinemática del flujo permisible depende de las propiedades del sedimento que conforma la cámara de bombeo minero y expresa la velocidad máxima aceptable antes que se inicie la degradación del lecho.

a) Velocidad promedio en la sección de impacto crítico

La velocidad media del flujo se puede estimar haciendo uso de las ecuaciones de Chezy o Manning, puesto que una cámara de bombeo minero se puede entender como una sección de canal de gran envergadura [24], sin embargo para un análisis donde se incluya

la aplicación de los inductores hidrodinámicos tipo Venturi sería incorrecto, puesto que el movimiento del fluido efectuado por la gravedad es alterado por la energía cinética turbulenta⁶ proporcionada por jet inductor del sistema hidrodinámico tipo venturi.

Para este caso se introduce un concepto nuevo, denominado velocidad media en sección de impacto crítico, esta zona comprende la sección límite de instalación para los sistemas de inducción hidrodinámica, ubicado a una distancia denominada longitud de instalación crítica (L_{inst}). Como se muestra en la figura 2.18

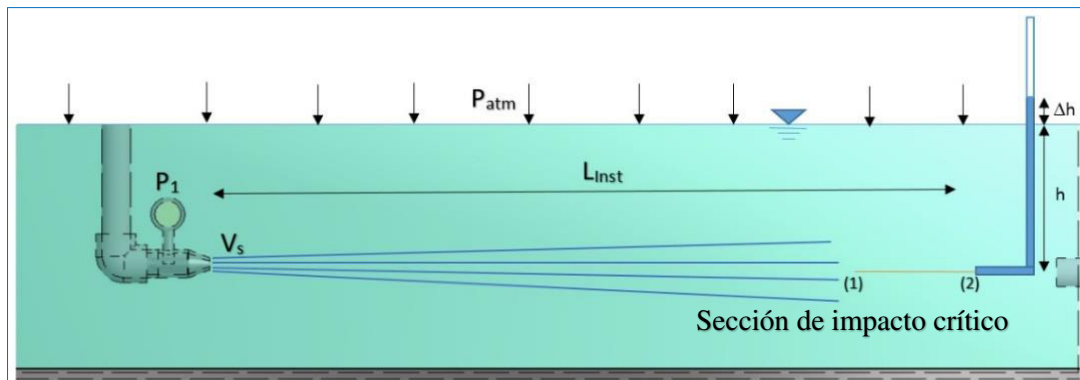


Fig. 2.18 Medición de la velocidad del flujo mediante un medidor de prandtl (tubo de pitot) para corriente libre

En la figura se ve el corte transversal de la cámara de ensayo, en esta se instala un equipo que inyecta un chorro de agua a una velocidad mayor al de la velocidad media del sistema. Para este caso no es posible utilizar las ecuaciones para la velocidad media de la hidráulica de canales [7] para este caso se instala un medidor de velocidad puntual tipo prandtl para encontrar la velocidad puntual en la sección de interés. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 (punto de estancamiento)

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} \quad (2.69)$$

$$h + \frac{V_1^2}{2g} = h + \Delta h \quad (2.70)$$

$$V_1 = \sqrt{2g\Delta h} \quad (2.71)$$

⁶ Es la energía proporcionada por el chorro a alta velocidad transmitida al medio circundante.

b) Velocidad crítica para inicio de movimiento de partículas

Se denomina velocidad crítica como la menor velocidad que se necesita para que un material particulado ubicado en el lecho de la cámara de bombeo de diámetro d inicie el traslado de su masa, esto bajo ciertas consideraciones de flujo. Las formulaciones y ábacos que analizan ambas propuestas son de tipo experimental. Durante el tiempo varios autores han tratado de estimar la velocidad crítica de iniciación de traslado de los sedimentos y muchos de ellos determinaron que el análisis es subjetivo y de buen criterio, por el comportamiento aleatorio y configuración granulométrica fractal. *Hjulström* (1935) [65] experimento el problema de la degradación de cause, transporte y depósito de material particulado, fundamentándose en la “velocidad media del flujo”. Este ábaco relaciona el diámetro con la velocidad media.

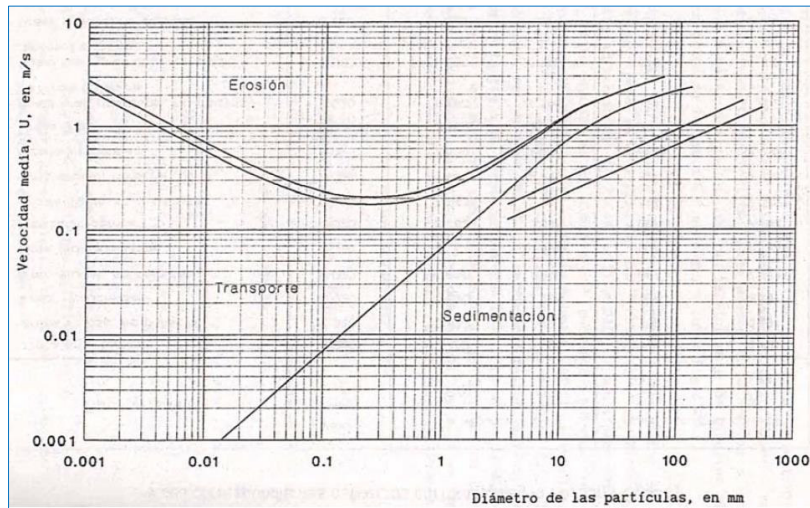


Fig. 2.19 Diagrama de Hjulström. Marza A. y García F. (1997) [62]

Otros autores propusieron formulaciones analíticas experimentales, dando por resultado valores aproximados entre sí, estas son de mucha utilidad para comparar con la velocidad media y determinar la dinámica del sedimento. Entre las más importantes se tiene:

Marza y García

Propuso una ecuación para la velocidad crítica en canales, la cual es válida la aplicación para este estudio por tratarse de fenómeno similar [62]

$$V_{CR} = 4.71 \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)^{0.5} d^{0.35} R_h^{0.15} \quad (2.72)$$

Ecuación empírica (HEC-18)

Esta ecuación empírica presentada en 1993 deducido de la ecuación de Laursen (1960) metodología más utilizada en los Estados Unidos de Norte América para análisis de socavación de puentes [62]. Esta metodología determina la velocidad crítica en función de la altura y el diámetro característico.

$$V_{CR} = 6.19h^{1/6}d^{1/3} \quad (2.73)$$

Ecuación logarítmica para la velocidad crítica

Esta formulación analítica experimental toma fundamentos del movimiento de partículas basados en el esfuerzo crítico existente en el lecho de la cámara, escrita para determinar la velocidad para una profundidad h y diámetro de partícula d .

$$V_{CR} = 5.47 \left(\frac{\tau_c}{\rho} \right)^{0.5} \log \left(\frac{5.53h}{d} \right) \quad (2.74)$$

2.2.3 Transporte de caudal de sólido específico

Durante el proceso de barrido de material particulado en las estaciones de bombeo minero, este no es homogéneo debido a la variación del peso específico de los sólidos que componen los sedimentos. Los de mayor dimensión tienden a sedimentarse más rápido, y posteriormente, los sedimentos cohesivos.

Cuando el esfuerzo hidrodinámico de corte en el fondo de la cámara de bombeo supera la fuerza tractiva crítica para el material particulado, las partículas empiezan a moverse siguiendo las líneas de corriente direccionadas por el inductor hidrodinámico tipo Venturi y las líneas de succión convergentes en la tubería de aspiración. Las partículas se mueven de diferentes formas, dependiendo la energía del flujo, tamaño y peso específico de las partículas. Unas partículas se trasladan por rodamientos, el sedimento transportado de esta manera es conocido como transporte por contacto. Otras de menor dimensión tienden a suspenderse en el flujo y “saltar” hasta ser aspiradas por la tubería de succión, este movimiento es conocido como transporte por saltación. Una tercera forma de transporte se conoce como transporte en suspensión el cual contempla al material fino. Las partículas del sedimento son continuamente soportados por la energía turbulenta del flujo [3]

Plantaremos modelos teóricos experimentales desarrollados por investigadores a fines a la hidráulica, sin embargo, a pesar que estos modelos explican de manera razonable el

proceso de transporte de material particulado, no es posible cuantificar con precisión el volumen de sedimentos transportados. Por ende los resultados que obtendremos para cada autor difieren entre si, sin embargo es una buena aproximación analítica.

Ecuación de Meyer, Peter y Müller

La ecuación que proponen estos autores es de naturaleza empírica, siendo de gran aceptación y uso para diseño de canales, cálculo de sedimentos en ríos y ductos. Propuestos en Zúrich (Suiza), en el año de 1948, determinaron que no todo el esfuerzo de corte es empleado para el transporte de fondo, sino que una parte de esta energía es utilizada para vencer la resistencia de la irregularidad del lecho de los canales.

La pendiente del canal se descompuso en dos pendientes: $S = S' + S''$ siendo S' la pendiente requerida para vencer la resistencia debido a los granos y S'' la pendiente requerida para vencer la resistencia debido a la configuración o forma del fondo [65]

Para poder estimar el valor de S' se utilizó la ecuación de Manning escribiéndose como

$V = \frac{1}{n_s} R^{\frac{2}{3}} S'^{\frac{1}{2}}$ Para ello se tiene $n_s = \frac{d_{90}^{1/6}}{26}$. Como la ecuación general de Manning es

$V = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$, se puede escribir la siguiente relación $\frac{S'}{S} = \left(\frac{n_s}{n}\right)^2$ Es posible también

separar el radio hidráulico en sus componentes. En el caso de la pendiente, tendremos la

expresión $\frac{R'}{R} = \left(\frac{n_s}{n}\right)^{\frac{2}{3}}$. Remplazando estas consideraciones, se expone la ecuación

adimensional de Meyer, Peter y Müller.

$$\left(\frac{n_s}{n}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\gamma R S}{(\gamma_p - \gamma) d} = 0.047 + 0.25 \left(\frac{\gamma}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{q_B}{\gamma_p}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{(\gamma_p - \gamma)^{\frac{1}{3}} d}\right) \quad (2.75)$$

Esta ecuación está restringida por la granulometría que varía de $0.4mm$ a $30mm$ [65]

Ecuación de Van Rijn

Van Rijn propone una ecuación semi teórica, introduciendo los parámetros de estado de transporte, parámetro de partícula y velocidad de corte crítico.

$$\frac{q_B}{g^{0.5} d_{50}^{1.5}} \left(\frac{\rho}{\rho_p - \rho}\right)^{0.5} = 0.053 \left[\frac{T^{2.1}}{d^{*0.3}}\right] \quad (2.76)$$

Donde la expresión d^* es el parámetro de partícula, pudiendo expresarse como

$$d^* = d_{50} \left(\frac{g}{v^2} \frac{\rho_p - \rho}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.77)$$

El parámetro del estado de transporte se expresa como:

$$T = \frac{(U^+)^2 - (U_c^+)^2}{(U_c^+)^2} = \frac{\tau'_b - \tau_c}{\tau_c} \quad (2.78)$$

La velocidad de corte crítico U_c^+ también puede obtenerse del diagrama de Shields, sin embargo es posible obtenerse de la siguiente expresión.

$$U_c^+ = \frac{0.30}{1 + 1.2d^*} + 0.055(1 - e^{-0.02d^*}) \quad (2.79)$$

La velocidad de corte relativo $U_c'^+ = \frac{\sqrt{g}}{C'} V$ al material particulado con el parámetro adicional de $C' = 18 \log \left(\frac{12R_h}{3d_{90}} \right)$, siendo este el coeficiente de Chezy relativo a granos, se verifica que V es la velocidad media del flujo.

2.3. Fundamentos y metodología para la simulación en CFD

En esta sección expondremos los fundamentos numéricos, las metodologías y criterios para simular el funcionamiento del inductor hidrodinámico tipo Venturi, utilizando las técnicas de la dinámica de fluidos computacional.

La utilización de las técnicas CFD⁷ presenta modelos robustos de predicción del comportamiento fluido dinámico y de la turbulencia, demostrando una gran eficiencia en aquellas zonas de difícil evaluación analítica. La metodología para la simulación fluido dinámica del inductor se configura de tres partes:

a) Pre procesamiento: Se identifica el modelo analítico a simular, se genera el modelo Cad (computer-aided design o diseño asistido por computadora) del volumen de control, discretización (mallado) del volumen de control mediante técnicas numéricas de volúmenes finitos, configuración del dominio de control, configuración de las condiciones de contorno (parámetros fluido dinámicos, modelos de turbulencia y funciones de pared), y el establecimiento del criterio de convergencia.

⁷ Acrónimo referido al análisis mediante técnicas de la dinámica de fluidos computacional.

b) Procesamiento: La plataforma de simulación Ansys Cfx 17.0 presenta un solver robusto para análisis CFD. El proceso de solución se realiza mediante pasos iterativos resolviendo cada ecuación de la mecánica de fluidos en los nodos de la malla discretizada.

c) Post procesamiento: En esta sección se evalúa el funcionamiento del inductor hidrodinámico mediante análisis cualitativo y cuantitativo de los fenómenos fluidos dinámicos de interés. Los resultados presentados por la plataforma de simulación responden a una calibración del modelo numérico, debiendo ser validados por los fundamentos analíticos propuesto durante el diseño del inductor, este proceso se le conoce como simulación computacional en ingeniería aplicada (CAE-DEM), puesto que la ingeniería asistida por computadora es una herramienta que ayuda al desarrollo y perfeccionamiento del prototipo [17].

2.3.1. Método de volúmenes finitos (MVF)

En la era de la tecnología, la aplicación de las plataformas computacionales de simulación es relevante en la hora de optimizar o diseñar equipos. Los problemas de la ingeniería mecánica de fluidos pueden ser precedidos mediante formulaciones de ecuaciones diferenciales con condiciones de borde bien establecidos. En la mayoría de los eventos de interés fluido dinámico, las ecuaciones que rigen el comportamiento de los fluidos no presentan soluciones exactas, esto no debido a la dificultad de las formulaciones que rigen sino a la dificultad de obtener con suficiente exactitud las condiciones.

Para la simulación del inductor hidrodinámico tipo Venturi, en similitud con las formulaciones analíticas que presentarían el proceder exacto de la capacidad de succión e incremento de gasto másico, las soluciones numéricas mostraran resultados determinados solo en los nodos discretos.

El inicio para analizar la independencia para el modelo numérico empleado, es la discretización⁸ del volumen de control, esto compartimentado el volumen de control donde se analiza en un número específico de elementos discretos.

La solución numérica exacta del funcionamiento del inductor hidrodinámico tipo Venturi se inicia por las soluciones discretas conectando cada solución y ensamblando estas soluciones discretas generando la continuidad inter elementales.

⁸ Proceso de mallado del volumen de control en volúmenes menores o volúmenes finitos.

La metodología de volúmenes finitos (MVF) se desarrolló como un modelo más elaborado de la técnica numérica de diferencias finitas, también pudiéndose deducir a partir de la metodología numérica de los elementos finitos.

Para el análisis con esta metodología se definen las ecuaciones de gobierno. Esta formulación deberá estar mediante una formulación integral, sobre cada elemento que compone los volúmenes de control establecido en la discretización del dominio. Para la transformación de las formulaciones de gobierno en un sistema global de ecuaciones matemáticas algebraicas se ingresan valores estimados, para de esta manera poder resolver el sistema discretizado mediante procesos iterativos [15].

- 1) Ecuación de la “conservación de la masa” o continuidad.
- 2) Ecuación de la “conservación de la cantidad de movimiento”.
- 3) Ecuación de la 2conservación de la energía”.

a) Ecuación de continuidad

Se aplica el principio de la conservación de la masa a un elemento diferencial, este elemento diferencial se desplaza en el interior del volumen de control. La variación de la masa para un diferencial de tiempo se puede expresar como:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \dot{m}_{entrada} - \dot{m}_{salida} \quad (2.80)$$

La expresión anterior se puede descomponer para cada sección del elemento diferencial. Considerando el término convectivo que representa la variación local con el tiempo en el interior del volumen de control; es decir, la acumulación o disminución de una propiedad física denotada como \vec{c} .

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.81)$$

La notación integral de esta ecuación, con la que se trabaja en la plataforma de simulación con la metodología de volúmenes finitos es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \oint_A \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.82)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV \quad : \text{Componente temporal}$$

$$\oint_A \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad : \text{Componente Convectivo}$$

b) Ecuación de cantidad de movimiento

Para la determinación de la ecuación de cantidad de movimiento se aplica la segunda ley de Newton para una partícula diferencial de fluido en el volumen de control. La expresión diferencial para un fluido newtoniano es:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \nabla (\mu \nabla \vec{V}) \quad (2.83)$$

El autor *Aris (1962)* haciendo uso de las propiedades de los tensores, reformuló la expresión de la ecuación de cantidad de movimiento, y teniendo en cuenta la incompresibilidad el flujo, sustentó lo siguiente:

$$\rho \frac{\partial (\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) = \nabla (\mu \nabla \vec{V}) - \nabla P + \rho \vec{g} \quad (2.84)$$

La expresión equivalente en su forma integral se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{V} dV + \oint_A \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = \oint_A \Gamma \nabla \vec{V} \cdot d\vec{A} + \int_V S_c dV \quad (2.85)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{V} dV \quad : \text{Termino Temporal}$$

$$\oint_A \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad : \text{Termino Convectivo}$$

$$\oint_A \Gamma \nabla \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad : \text{Termino Difusivo}$$

$$\int_V S_c dV \quad : \text{Termino Fuente}$$

c) Ecuación de conservación de la energía

La expresión general de la conservación de la energía presenta cierto grado de complejidad, sin embargo es posible hacer las siguientes suposiciones con la finalidad de general una formulación práctica. Se apreciara el flujo a baja energía cinética (baja velocidad) incompresible y se desestimara la disipación viscosa.

Para este caso puntual la ecuación de la energía se presenta en términos de la entalpía específica como se expresa la siguiente expresión:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} h) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S_h \quad (2.86)$$

Donde k es el parámetro de la conductividad térmica del fluido y T es el valor de la temperatura. La expresión anterior puede ser reformulada en términos de integración, con los que serán modelados mediante la técnica de volúmenes finitos.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho h dV + \oint_A \rho h (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = \oint_A \Gamma \nabla h d\vec{A} + \int_V S_h dV \quad (2.87)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho h dV \quad : \text{Termino Temporal}$$

$$\oint_A \rho h (\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad : \text{Termino Convectivo}$$

$$\oint_A \Gamma \nabla h d\vec{A} \quad : \text{Termino Difusivo}$$

$$\int_V S_h dV \quad : \text{Termino Fuente}$$

Se identifica la presencia en las ecuaciones de gobierno de las componentes: convectivo, temporal, fuente y difusivo. Donde el componente estima la variación del parámetro en el tiempo, es decir su naturaleza transitoria. El término convectivo evalúa el cambio o la alteracion de la variable de interés a en la frontera a a través de esta, para el termino difusivo analiza y estima el trasporte de la variable de interés al interior del volumen de control de análisis. La componente fuente analiza la alteracion de la variable debido a una a un campo de fuerzas existentes o a una fuente determinada. [6].

2.3.2. Discretización numérica del volumen de control

El objetivo de la discretización numérica consiste en partir las formulaciones de Navier Stokes y obtener un esquema de fácil procesado por una computadora. Para este propósito se utiliza las metodologías de discretización, que dividen las ecuaciones de Navier Stokes, ya sean en su forma integral (presentadas en el apartado anterior) en una formulación diferencial. Sin embargo el sistema deja de ser continuo por lo que se genera errores, a los que se le denomina errores de truncamiento.

Los sistemas de discretización o celdas en su composición más exacta, se dividen en sistemas de mallado estructurado, mallado no estructurado e híbridos. La malla está dividida en celdas. En estas se puede distinguir fácilmente caras, vértices y aristas.

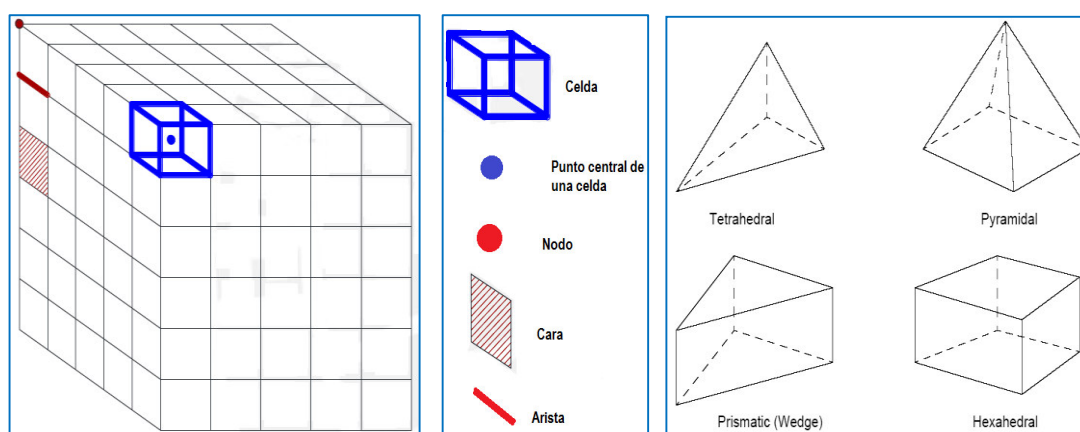


Fig. 2.17 presentación general de una malla, tipos y denominaciones mas usadas [6]

La generación de la malla es determinante para obtener resultados adecuados en un modelamiento numérico en CFD. Toda malla empleada en la metodología de volúmenes finitos divide el dominio en un número determinado de celdas, siendo la celda la unidad principal de la discretización como se muestra en la figura 2.17. Se asocia a cada celda un centroide, la cual también está limitada por un número determinado de caras, que a su vez está anclada a un número de vértices o nodos.

Las mallas no estructuradas se desarrollaron con la necesidad de satisfacer la discretización de volúmenes de control complejos, ajustándose a curvas cada vez más exigentes. El uso de la malla estructurada en estos volúmenes complejos, distorsiona el direccionamiento básico de las aristas de la malla. Para identificar una malla adecuada, esta deberá especificar ciertos requisitos fundamentales:

- La “fineza” de la malla en zonas donde el flujo presenta importantes gradientes deberá ser mayor, para la simulación del inductor hidrodinámico la refinación será necesaria en la zona de succión, la boquilla de aceleración y en la zona de descarga neta del difusor divergente de contorno cónico.
- La discretización debe ser producida con cierta previsión en función del modelo de flujo que se desea resolver, para este caso el fluido de trabajo es el agua.
- La distribución de la malla debe tener una tendencia uniforme, sin presentar importantes variaciones de tamaño entre celdas adyacentes.
- La solución en las secciones donde se inicia una capa límite, debe estar relacionada con el modelo de turbulencia que se utilizara en la metodología.
- Para la configuración básica de una celda deberá evitarse elementos singulares, modelos de celdas muy deformados o angulosos.
- La malla debe adaptarse de forma practica a las alteraciones de las variables en la resolución del flujo analizado
- El tamaño de la malla o la cuantificación de elementos unitarios deberán estar en proporción a la capacidad de solución del procesador que se disponga.

2.3.2.1. Características y tipos de mallado

Se comentó que las mallas podrían ser estructuradas o no estructuradas, esto depende de la distribución geométrica del modelo a simular, por lo que es preciso definir las características fundamentales de ambas mallas.

a) Mallados estructurados

La distribución estructurada de la discretización del volumen de control sería la forma más adecuada de dividir un volumen de control para dar solución a un tipo de flujo, puesto que este estará en dirección de los ejes principales de la malla. Se puede verificar que las líneas de la malla tienen la misma dirección de la corriente, las cuales tienden a alinearse con las fronteras compactas del volumen de control

La malla estructurada desde el punto de vista numérico tiene mejor presentación en comparación con una malla no estructurada, generando opciones apreciables de ahorro computacional, precisión y consumo de memoria computacional.

La morfología topológica de una malla estructurada es ideal para la extensión a un dominio tridimensional. Una metodología de discretización ideal de los nodos sería una

distribución cartesiana, de tal modo que todos los vértices se encuentren equidistantes y las celdas serán distribuciones geométricas como paralelepípedos o cubos [6].

El principal problema de las mallas estructuradas es su “aparente rigidez” a las configuraciones curvas del volumen de control. Una manera de mitigar este problema es la generación de dominios mallados de tipo multi bloque, de manera que el volumen de control completo se subdivide en elementos independientes. De modo general las mallas estructuradas pueden clasificarse como se muestra a continuación:

- **Mallas cartesianas uniformes:** Este modelo se aplica a volúmenes de control sencillos, como tubos, cubos o volúmenes de caras rectas sin complejidad.
- **Mallas cartesianas no uniformes:** La malla por su configuración sigue siendo ortogonal, pero se verifica que ya no es regular en todo el volumen de control para las direcciones establecidas, entre las que se distingue son: Mallas distribuidas, mallas cuadtrees (2-D)/ octree (3-D), immersed boundary method o staircase shape.
- **Malla body – fitted estructuradas:** La malla se hace curvilínea para adaptarse lo más posible al contorno del volumen de control.
- **Mallas mutibloque:** Consiste en una mezcla de mallas estructuradas, que combinan diversas configuraciones topológicas en diferentes secciones.

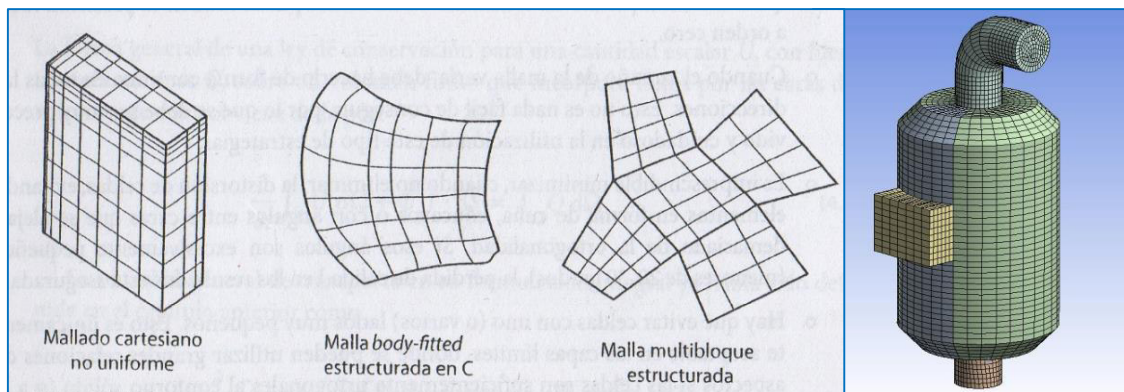


Fig. 2.18. Topología de una malla estructurada [6]

b) Mallados no estructurados

La distribución no estructurada de esta malla se realiza de manera “casi automática” ya que no sigue un patrón de eje definido, se ajusta rápidamente a la configuración geométrica del volumen de control. Esta configuración de malla permite gracias a

diversos algoritmos de generación cubrir con celdas tetraédricas cualquier dominio tridimensional.

La ventaja más apreciable de esta metodología de discretización radica en la eventualidad de realizar un refinado local sin afectar de manera considerable las distribuciones fuera de esta zona de análisis. La adecuación de la discretización se utiliza para aumentar o disminuir los números de nodos de la malla de modo que se aumente la precisión en aquellas secciones con fuertes variaciones de la propiedad fluidodinámica. Este modelo será utilizado para el refinado en la zona de succión, descarga y boquilla del inductor hidrodinámico (para una primera aproximación, luego se utilizara técnicas de refinamiento de capa límite como el “inflation”). Las consideraciones topológicas para un mallado adecuado son:

- **Mallas triangulares (2-D)/ tetraédricas (3-D):** Presentan un alto cimbreo a la hora de acomodarse a los límites del volumen de control, generándose una edificación automática del volumen analizado [6]
- **Mallas híbridas:** Una gran adversidad de la discretización no estructurada es la imprecisión en capturar los parámetros fluido dinámico en la capa límite, en proximidad de contorno sólido, chorros o “capas de cortadura”. Una manera de disminuir este inconveniente es el uso de las mallas híbridas, de modo que emplearemos una distribución de malla estructurada en la capa límite; incrementándose la densidad en zonas de gran gradiente y disminuyendo conforme se va alejando de la capa límite hacia zonas de menor gradiente [6]
- **Mallas cuadriláteras (2-D)/hexaédricas (3-D):** Se emplean cuadriláteros de forma casi desordenada sobre el dominio de control, que en una geometría tridimensional tendría una base de prisma hexagonal. Esta distribución es más eficiente que una distribución puramente triangular o tetraédrica, y a la vez consume menor costo computacional [6]
- **Mallas arbitrarias:** Esta configuración se obtiene bajo casos de hacinamiento de celdas más fáciles de distribuir, o bien empleando mallas duales respecto de una malla híbrida original. La malla arbitraria cubre la necesidad de un entorno.

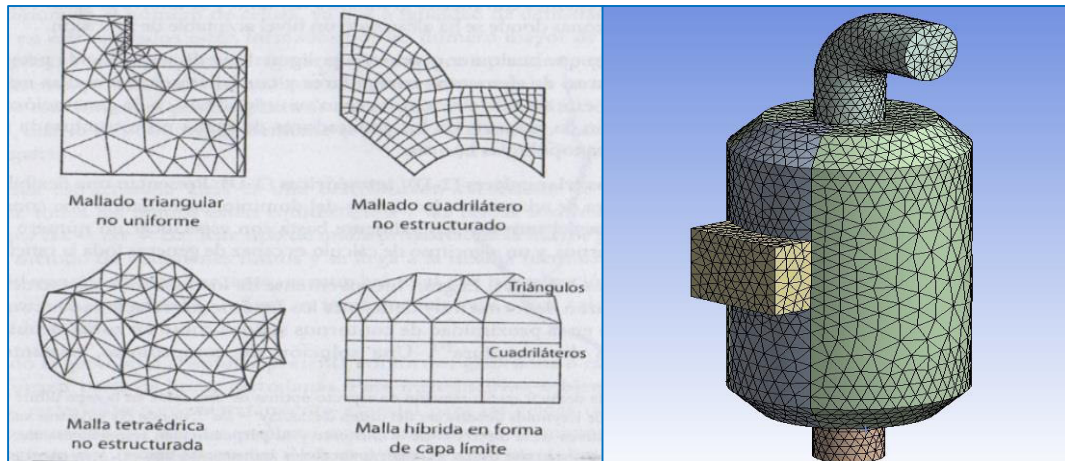


Fig. 2.19 Topología de una malla no estructurada e híbrida [6]

2.3.2.2. Criterios y consideraciones de discretización

Por las características propias de la división del volumen de control en volúmenes pequeños, se generan pérdidas de precisión, Evento considerablemente no aceptable si se aceptan las distribuciones de la malla no estructurada

Adicional a la suavidad del volumen de control para la malla y continuidad de la malla, hay otros factores importantes como la modificación del volumen finito o su degeneración respecto al volumen finito ideal. De identificarse una distorsión considerable de la celda, esta generará gradientes de solución errónea para el solver de la plataforma de simulación. Para poder cuantificar esta idea, es preciso definir algunos parámetros de “control de calidad” para la malla, la primera relación es la relación de aspecto o “aspect ratio”, que presenta un cociente de los lados de una celda tal como $\Delta x / \Delta y$ [2]. El “aspect ratio” de la discretización no debe ser mayor a 100. El factor de distorsión conocido en la plataforma de simulación avanzada ANSYS CFX 17.0 como “skewness factor”, mide el “ángulo entre dos caras adyacentes en una celda” [17].

No existen valores recomendados para estos indicadores, sino rangos máximos que no deberán sobrepasar a fin de presentar una discretización adecuada. Es de considerar que para valores elevados de relación de aspecto o alta distorsión siempre generarán efectos negativos para la convergencia.

El rango de variación para el parámetro “Skewness factor” es de 0 y 1. Cuanto más pequeño sea este parámetro, menos deformada estará la celda; para valores de skewness cercano a la unidad se considera la malla de baja calidad, dificultando la convergencia del modelo numérico. Es importante precisar que el “Skewness” o magnitud de

deformación del elemento finito respecto a un modelo utópico (para una geometría rectangular lo ideal será una forma cuadrada y para un triángulo será un triángulo de ángulos iguales) [17].

El parámetro “aspect ratio” es una función de relación entre el eje de mayor dimensión y de menor dimensión para una celda, se sugiere valores menores a 40 para este parámetro. Para una discretización adecuada se deberá seguir las siguientes recomendaciones:

- No debe generarse vacíos en las dimensiones de las celdas. La alteración de tamaño entre celdas deberá ser graduada y controlada.
- Cuando la dimensión de la malla varíe, deberá hacerlo de forma continua en todas las direcciones.
- En la inspección de la malla se deberá depurar las celdas deformes, cuñas pronunciadas o celdas cóncavas. Las celdas con ángulos pequeños inferiores a 25° afectará considerablemente a la calidad del proceso de discretización numérica.
- Se debe rehuir celdas con varias secciones pequeñas. Esta consideración solo es aceptable para el análisis de capa límite según un modelo de pared.

Estas recomendaciones ganan gran relevancia en aquellas zonas de altos gradientes, en las que se observa rápida variación de las variables fluido dinámicas. Para el núcleo desarrollado o flujos uniformes estas consideraciones son más flexibles.

2.3.3. Técnicas numéricas para simulación mediante CFD

Las técnicas numéricas de simulación, básicamente se dividen en tres tipos. Como primer caso (con los que se simulara el funcionamiento del inductor hidrodinámico). La metodología más básica utilizada en los laboratorios de aplicación CFD es la solución de las formulaciones de Navier-Stokes con el promediado de Reynolds (RANS) para el cierre de las formulaciones de esta metodología se seleccionara un modelo de turbulencia, Por otro lado se encuentra las modelaciones numéricas tipo directo de la cinemática de los torbellinos de gran tamaño o escala (LES), y para los remolinos o fluctuaciones de corriente de menor escala se incluyen con modelos de turbulencia. Existe también un último modelo de análisis de la mecánica de fluidos es el modelo directo (DNS) la cual resuelve todas las escalas de turbulencia, estas dos últimas metodologías son computacionalmente costosas, puesto que no son capaces de resolver hasta las escalas más pequeñas incluidas las de Kolmogorov [13].

Se basan en ecuaciones parabólicas los modelos de turbulencia de una o dos EDPs la cual se utiliza en la metodología RANS como también en la sección modelada de la metodología LES, estas formulaciones se originan tanto como para ecuaciones implícitas como para explícitas y para la resolución de estas propuestas se puede utilizaras modelos numéricos de elementos o volúmenes finitos. [15].

2.3.3.1. Simulación numérica directa (DNS)

Las escalas turbulentas son resueltas en su totalidad, por lo que se necesita discretizar el volumen de control en mallas demasida pequeña y generar pasos temporales muy diminutos [44]. Llegando simular las escalas disipativas de Kolmogorov, la simulación de inductor hidrodinámico podrían ser resueltos con esta metodología de análisis turbulento, sin embargo no es posible para nuestra tecnología por el costo computacional como indica *Jesús Fernández (2012)* [6] en un análisis de arreglo intermedios, para la resolución del comportamiento turbulento en un proceso industrial estima 1000 millones de nodos. La solución de este método es inestable.

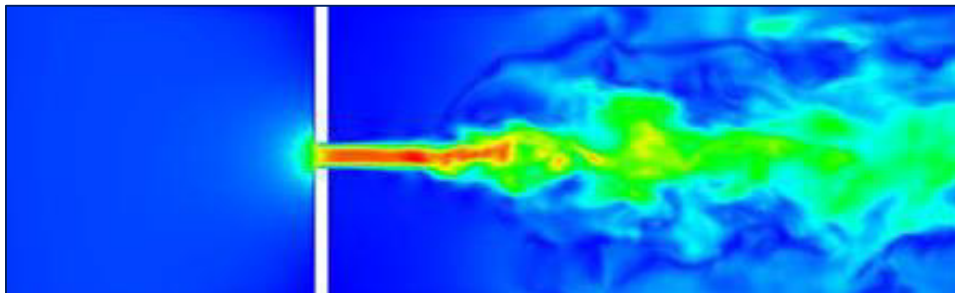


Fig. 2.20 Aproximación de una simulación directa de la turbulencia [17]

2.3.3.2. Simulación mediante técnicas LES (Large Eddy Simulation)

Esta metodología se encuentra entre DNS y RANS, en la que las aportaciones de las escalas mayores, que son portadores de energía de flujo y causantes de las estructuras de transferencia energética y de momento, se resuelven en el sistema de formulaciones, mientras que el efecto de las escalas menores sobre la turbulencia es modelado. Este enfoque es debido a que las escalas pequeñas son más isotrópicas y homogéneas. En cuestión este modelo soluciona las “escalas de turbulencia grandes” y estima las escalas pequeñas por lo que se genera un ahorro para el procesador [5]

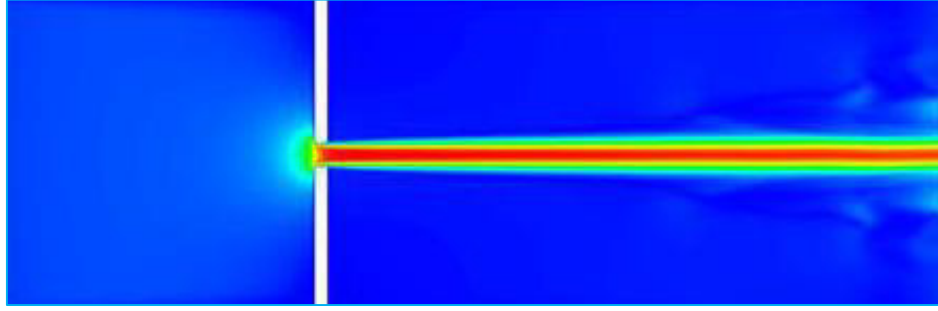


Fig. 2.21 Simulación mediante modelo LES de la turbulencia [17]

2.3.3.3. Promediado de Reynolds para Navier - Stokes (RANS)

De toda la metodología de solución numérica, es la aproximación más usada para estimar soluciones de comportamiento turbulento del flujo en la metodología numérica de promediar en series de tiempo. La imposibilidad de estimar la turbulencia mediante una simulación completa, se hará uso de la metodología numérica promediado de Reynolds. Esta metodología resuelve simulaciones transitorias y no transitorias siendo la única metodología numérica. La metodología está fundamentada en propiedades medias del fluido y desestimar los términos que se alteran de mayor orden. Estos componentes corresponden a los torbellinos de menor escala y su ascendiente se introduce para cerrar el problema mediante la turbulencia las cuales son resultados de análisis experimental. Con esta metodología es posible aproximar de forma acertada la solución de flujo turbulento lo que será de mucha utilidad para simular el funcionamiento del inductor hidrodinámico mediante procesos CAE-DEM. La complicación de la turbulencia hace que esta propuesta resuelva por completo la naturaleza turbulenta, siendo limitado como herramienta para la investigación; sin embargo para este trabajo de investigación proporcionara información valiosa para la mejora del prototipo propuesto. Este modelo propone reescribir la ecuación de momento instantáneas de Navier Stokes como un promedio de ecuaciones de Reynolds en su forma diferencial [1], de esta manera.

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.88)$$

Se verifica que se introdujo el “tensor de esfuerzos de Reynolds”, estas son incógnitas adicionales introducidas por el procedimiento de promedio, por lo tanto debe modelarse (En relación con las cantidades de flujo promediados) a fin de cerrar el sistema de ecuaciones que rigen.

Para solucionar la expresión anterior, el propósito se centra en simular las variables desconocidas del tensor de Reynolds. El tensor de esfuerzos de Reynolds expresa una relación entre la densidad y las velocidades en los ejes de movimiento.

$$R_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = \begin{bmatrix} -\overline{\rho u'^2} & -\overline{\rho u'v'} & -\overline{\rho u'w'} \\ -\overline{\rho u'v'} & -\overline{\rho v'^2} & -\overline{\rho v'w'} \\ -\overline{\rho u'w'} & -\overline{\rho v'w'} & -\overline{\rho w'^2} \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Para resolver este tensor se podrían utilizar dos propuestas, en el primer caso sería el uso de la propuesta del tensor de Reynolds (RSM) lo que genera un incremento en el costo computacional, a la vez generando dificultad en la convergencia de la simulación, sin embargo la solución mediante esta metodología es coherente simula los remolinos y flujos complejos en distribución tridimensional con curvas.

La segunda propuesta para la solución es el modelado de la viscosidad artificial (EVM). Este modelo aplica la hipótesis teórica de Boussinesq en la que se modela los “esfuerzos del tensor de Reynolds” [17]. Esta resolución utiliza una viscosidad turbulenta que influye en la resolución del tensor inicial, como se indica a continuación:

$$R_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = u_T \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} u_T \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.90)$$

La hipótesis es razonable para simples flujos turbulentos de cizallamiento como: capa límite, chorros redondas, mezcla de capas, flujos de canal, etc.

En los últimos años se han elaborado toda una lista de modelos de turbulencia para remplazar esas “tensiones de Reynolds” desconocidas por otras expresiones matemáticas que eviten aportar nuevas incógnitas. Para la resolución existen diversos métodos pudiéndose citar los algunos como: modelos algebraicos simples, modelo de dimensión de mezcla, modelos que introducen una viscosidad artificial.

Para el modelamiento de la turbulencia, la plataforma de simulación Ansys Cfx 17.0 utiliza un conjunto de modelos, algunos tienen aplicaciones muy específicas, mientras que otros se pueden aplicar a una clase más amplia de los flujos con un grado confianza razonable.

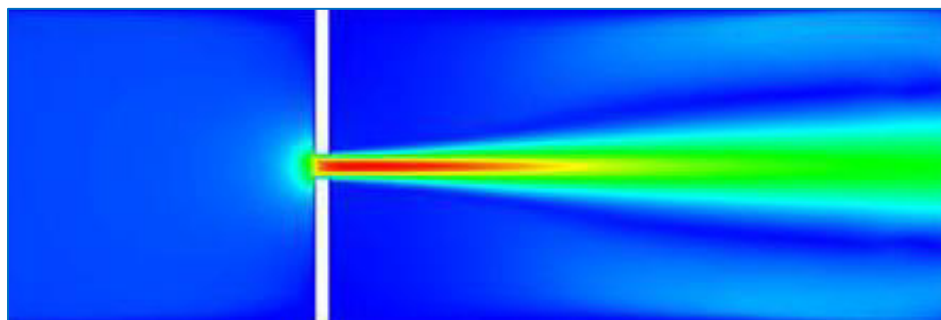


Fig. 2.22 Simulación mediante modelos RANS de la turbulencia [17]

En los enunciados anteriores se determinó que, en las formulaciones de cero ecuaciones la naturaleza convectiva de la turbulencia no se incluye. Por ello los aspectos físicos que le sucedan al fluido en los instantes precedentes no se tienen en apreciación. Para tenerlos presente, se debe derivar formulaciones de transporte basadas en las ecuaciones de Navier–Stokes. También se precisa que la dificultad que incluye un flujo turbulento para la solución, se deberá partir de ecuaciones en derivadas parciales.

2.3.4. Modelos de turbulencia de dos ecuaciones

Para la correcta aproximación de la turbulencia mediante técnicas de CFD, es necesario identificar el modelo a utilizar según sea la naturaleza del flujo, para la simulación de algún flujo industrial se podrá optar por la selección de un modelo de turbulencia según sea el fenómeno que se desea estudiar [6]. Para ello se realiza una introducción a los modelos de turbulencia utilizados en este trabajo de investigación; se estudiara a los “modelos de turbulencia” k - ϵ , k - ω y SST con algunas de sus reciprocas alteraciones espigadas en el paso por el estudio de la mecánica de fluidos. Se inicia de la hipótesis de Boussinesq, para vincular la viscosidad turbulenta con las formulaciones del “promediado de Reynolds” [17].

a) Modelos de turbulencia de dos ecuaciones $k - \epsilon$

Es un modelo robusto. Simula con características adecuadas flujos no cercanos a las paredes, generando análisis limitados para el estudio de desprendimiento de capa en las paredes. Este modelo se basa en la determinación de dos formulaciones de transporte: una para la “energía cinética turbulenta” k , y otra para su “taza de disipación” ϵ . Mediante

esta metodología es posible simular la turbulencia, ya que la “tasa de disipación” simula la escala de la turbulencia y la “energía cinética” fija la energía de la turbulencia.

El modelo de turbulencia utiliza dos formulaciones en derivadas parciales, una que deriva de la ecuación de la “energía cinética turbulenta” (k) y otra de la razón de “disipación turbulenta” (ε). Como se puede apreciar en la siguiente ecuación:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2.91)$$

$$\varepsilon = \nu_t \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \quad (2.92)$$

La ecuación de la “energía cinética turbulenta” utilizada en este tipo se expresa como:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \rho \nu_t \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) + S_k \quad (2.93)$$

La ecuación para el “ratio de disipación” no viene de la ecuación exacta, si no que para su ecuación se hicieron uso de relaciones físicas. Como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - c_{\varepsilon 1} \frac{P_k}{k} \nu_t \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) - c_{\varepsilon 2} \frac{\rho}{k} \left(\nu_t \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \left(\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \right)^2 + S_\varepsilon \quad (2.94)$$

La interpretación física de esta ecuación y por ende de los términos que lo componen, de la formulación de transporte del “ratio de disipación” (ε) es similar a la “energía cinética turbulenta” (k), adicional a ello el componente P_k viene presentado por la misma.

Las constantes que utilizara la plataforma de simulación en este trabajo de investigación son derivados de análisis teórico experimental, siendo estos:

$$\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad \sigma_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad \sigma_{\varepsilon 2} = 1.92$$

Y la “viscosidad turbulenta” (ν_t) se relaciona con la “disipación de la turbulencia” (ε) y la “energía cinética” (k) como se muestra a continuación. Siendo $c_\mu = 0.09$

$$\nu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Por lo tanto al solucionar las cinco ecuaciones para el modelo de turbulencia las cuales son: la conservación de la masa a lo largo del volumen de control, conservación del momento para este caso bidimensional (x, y), y las formulaciones de transporte de las variables k y ϵ . Sin embargo para sustentar la metodología para la discretización del volumen de control (alturas de las primeras capas del inductor hidrodinámico), se tiene un parámetro adimensional y^+ , entendiéndose que en el interior de una capa límite turbulenta existe varias secciones que deberán ser interpretadas correctamente:

- **Capa viscosa (Sublayer + buffer layer):** Una capa delgada muy cerca a la superficie, las velocidades en esta zona son relativamente bajas, tienden a cero conforme llegan a la pared, para el modelamiento de esta zona se utilizan determinados modelos de turbulencia, y algunas técnicas de mallado como son “sizing” o “inflation”
- **Región completamente turbulenta (Fully turbulent region):** muestra a la sección que limita con el exterior de la capa límite, donde se presenta mayor turbulencia.
- **Zona límite (Outer layer):** es la sección de capa exterior, el modelamiento de esta zona se logra por la combinación de modelos de turbulencia que resuelven la zona de bajos reynolds y el nucleo turbulento.

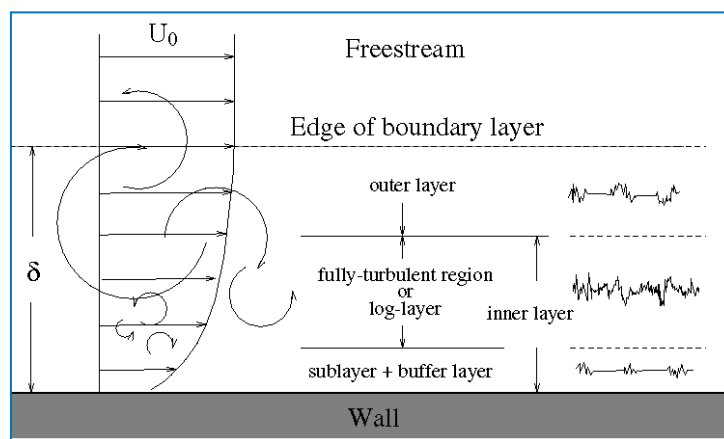


Fig. 2.23 Distribución de la capas cerca a la pared [17]

En esta sección se muestra la división de la capa límite quedando dividida en dos regiones:

- **Región interior:** conformada por la capa viscosa, la sección de amortiguamiento y parte de la zona en completo turbulencia.
- **Región exterior:** conformada por la zona totalmente turbulenta y el medio restante.

Para esta distribución se hará uso de la variable adimensional y^+ quedando definida en función de una distancia medida respecto a la pared, la viscosidad cinemática y la velocidad de corte. Para esta expresión se sugiere utilizar $y^+ \geq 30$ para una buena predicción de fenómenos turbulento.

b) Modelos de turbulencia de dos ecuaciones $k - \varepsilon$ realizable.

El modelo propuesto para la turbulencia estándar de $k - \varepsilon$ presenta una deficiencia, la cual es la ecuación de la “taza de disipación” ε en algunos modelos de flujos. Una de sus inconvenientes se debe a que incorporan los efectos de la rotación del fluido en el término que define la “viscosidad turbulenta”, proporcionando valores de turbulencia que no son físicamente correctos en ambitos donde existen zonas no transitorias y zonas con rotación del fluido. El modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ realizable se presento con el objeto de tratar de corregir las falencias de la metodología estandar [1]. Lo que se desea dar a conocer con el término “realizable” es que esta metodología es “más consistente que los otros modelos” pudiendo proporcionar resultados más exactos físicamente para un analisis numérico. Mediante modelos numéricos y analíticos el centro de investigación *INACOM - PUCP (2018)* concluyeron durante la evaluación de un proceso de dilución acuosa (agua sólidos) que: los resultados proporcionados por el modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ realizable son más coherentes con el modelo experimental $k - \varepsilon$ estándar para fenómenos que involucra el estudio de la mezcla de sólidos y agua (investigación en mezcla acuosa) por lo que para este trabajo de investigación se realizara una aproximación con este modelo.

c) Modelos de turbulencia de dos ecuaciones $k - w$

Presenta mayor capacidad de predicción en las paredes, siendo más acertada en comparación al modelo $k - \varepsilon$. Este modelo incorpora modificaciones al modelo $k - \varepsilon$ para estimar en bajos números de Reynols, por lo que es más adecuado para simular la sección o capa límite o al flujo cercano a la sección solida. Se sigue utilizando la ecuación

de transporte k y se introduce una formulacion de transporte para la “tasa específica de disipación” w . Este modelo de turbulencia adiciona una formulacion para la “energía cinética turbulenta” como en la propuesta anterior, así como una segunda formulacion para la “tasa específica de disipación de la turbulencia” w , que es lo contrario de una escala de tiempo. Esta formulacion fue presentada por *Wilcox (1988)*. La formulacion de la “energía cinética turbulenta” varía en cierta medida con respecto a la utilizada en la propuesta anterior quedando de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k^*} \right) \frac{\partial w}{\partial x_j} \right) - \rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \rho f_\beta w k \beta^* + S_k \quad (2.95)$$

El término de la disipación, donde la “energía turbulenta” se transforma de manera irrevocable en energía de calor o termica.

$$-\rho f_\beta w k \beta^*$$

Donde:

$$f_\beta = \begin{cases} 1 & x_k \leq 0 \\ \frac{1+680x_k^2}{1+400x_k^2} & x_k > 0 \end{cases}$$

Siendo:

$$x_k = \frac{1}{w^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial w}{\partial x_j}$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \frac{\frac{4}{15} + \left(\frac{Re_t}{R_\beta} \right)^4}{1 + \left(\frac{Re_t}{R_\beta} \right)^4} \quad \text{donde } R_\beta = 8 \text{ y } \beta_\infty^* = 0.09$$

Donde para flujo incompresible $\beta_i^* = \beta_\infty^*$ y para números de Reynolds altos $\beta^* = \beta_i^*$ estas funciones son introducidas en la plataforma de simulación del solver Ansys Cfx 17.0 [17]. El fundamento de w fue presentada por Kolmogorov y muestra la “razón de disipación de la energía cinética turbulenta por unidad de tiempo y de volumen”. Se indica que este evento sucede en los torbellinos de menor dimensión y que el “ratio de disipación es la cantidad de energía turbulenta” que se transmite a los torbellinos de menor.

De este modo el parametro queda establecido a través de las propiedades de los torbellinos de mayor dimension. Este fenómeno de trasferencia de energía desde las escalas grandes hacia las escalas de menor tamaño, se denomina efecto de cascada

Para presentar las formulaciones de transporte W se presenta el término transitorio, el de convección, difusión, disipación y producción. Desarrollando todas estas metodologías se tiene la siguiente formulación diferencial.

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i w}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_w^*} \right) \frac{\partial w}{\partial x_j} \right) - \frac{\alpha_\infty \alpha_0 + \left(\frac{Re_t}{R_w} \right)}{\alpha^* + \left(\frac{Re_t}{R_w} \right)} \frac{w}{k} \overline{\rho u_i' u_j'} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \rho \beta f_\beta w^2 + S_w \quad (2.96)$$

La interpretación física de esta ecuación es análogo al anterior, aclarando los coeficientes siguientes:

$$f_\beta = \frac{1 + 70x_w}{1 + 80x_w}$$

$$x_w = \frac{\left| \Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki} \right|}{\left(\beta_\infty^* w \right)^3}$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Es preciso aclarar que la plataforma Ansys Cfx 17.0 introduce los valores para $c_\mu = 0.09$ y para valores altos de Reynolds $\alpha = \alpha_\infty = 1$.

La “viscosidad turbulenta” vincula las variables k y ω para valores de Reynolds altos mediante la siguiente expresión:

$$v_t = \left(\frac{\frac{0.072}{3} + \frac{\rho k}{2.95 \mu w}}{1 + \frac{\rho k}{2.95 \mu w}} \right) \rho \frac{k}{\varepsilon}$$

Las constantes adicionales que se muestra toman los siguientes valores:

$$\sigma_k = \sigma_w = 2$$

El modelo de turbulencia $k-w$ es mas sensible las variaciones del la presión que el modelo $k-\varepsilon$. La cual no presenta funciones de amortiguamiento sino que emplea las condiciones de “contorno de Dirichlet” el cual muestra varios tipos de condiciones de

contorno. Este modelo se caracteriza por fijar las variables independientes en la frontera del volumen de control [37]. Esto presenta una gran prerrogativa para el análisis numérico. Los modelos descritos hasta ahora son válidos, mostrando de manera aproximada el comportamiento real de la dinámica de fluidos, sin embargo existen modelos que fueron optimizándose, eliminando deficiencias. Se sostiene que existe un error común en los modelos de turbulencia, básicamente en los que presenta una sensibilidad a los valores de la corriente libre como el $k-w$, es que no se desconoce qué condiciones se deben utilizar en las regiones cercanas a la frontera al desconocer cómo se comporta cada evento en el fluido. El cambio de la “energía cinética turbulenta” y la disipación son eventos que suscitan rápidamente en las cercanías de la frontera sólida. En otro aspecto, el modelo $k-\varepsilon$ es “poco sensible y se comporta bien” en las regiones con valores de Reynolds altos. No obstante, para regiones con Reynolds menores, ha presentado menor avance por utilizar formulaciones de amortiguamiento para la capa límite de tendencia no lineal. Estas funciones no se pueden controlar con la linealización práctica, pudiendo obstruir con la convergencia de las formulaciones [55]. Por ello en este trabajo de investigación abordaremos un modelo más a utilizar, esta combina las bondades de las anteriores.

d) Modelo del “transporte de los esfuerzos de Reynolds” (SST)

Lo inconveniente de aplicar cualquiera de los modelos especificados anteriormente es la deficiencia en la simulación de la pared y la zona alejada de la pared en conjunto, se podría realizar un análisis adecuado en la pared sacrificando información en zonas alejadas de esta $k-w$, o viceversa $k-\varepsilon$, para suplir esta deficiencia de plantea el modelo *SST* este modelo combina las cualidades de ambos modelos.

Cabe indicar que se considera un “buen modelo de turbulencia” aquel que presenta la suficiente exactitud para la utilización del modelo a emplear, que no utilice muchas hipótesis ni constantes muy grandes en valor, que sea consistente bajo una modelo numérico, que se computacionalmente breve y sea ajeno de los valores y parámetros indicados en la corriente de características libres [37].

2.3.5 Diseño de malla y discretización en la capa límite.

Se identifica que las paredes son las principales fuentes de vorticidad y turbulencia. El perfil de la velocidad cercana a la pared es modificada por los efectos de caída de presión, separación de la capa, efectos de cizalla y recirculación.

Los modelos de turbulencia que se fundamentaron, resuelven bien para secciones fuera de la capa límite, por ello se deberá efectuar consideraciones especiales para modelar cerca de las paredes.

Cuando se presentó los modelos de turbulencia donde se aplica $k-\varepsilon$ y $k-w$. Con sus alteraciones, se ha determinado que para la el tamaño de la primera celda no todos los modelos de turbulencia necesitan del mismo tamaño. Para $k-\varepsilon$, el valor adimensional de y^+ deberá ser mayor a 30. Sin embargo para $k-w$, y^+ este valor deberá ser menor que uno. Se conoce que la expresión del y^+ queda definida como:

$$y^+ = \frac{yU^+}{\nu} \quad (2.97)$$

El primer procedimiento es ingresar el valor de la “viscosidad cinemática” ν y el valor de la “velocidad de corte”. Quedando definida para este caso la viscosidad cinemática para el agua $\nu = 1.13 \times 10^{-6} m^2 / s$. Se determinó que la variable adimensionalizada de la velocidad de corte queda definida como:

$$U^+ = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.98)$$

Donde el esfuerzo de corte viene expresado como:

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho V^2 \quad (2.99)$$

Donde el coeficiente C_f depende únicamente del valor del Reynolds. $C_f = 0.058 Re^{-0.2}$

Por lo tanto, se puede estimar la altura de la primera celda según sea el modelo de turbulencia con la que se desea simular el fenómeno fluido dinámico.

2.3.6 Discretización del termino convectivo y temporal.

Después de la discretización, se realizara la estimación de las ecuaciones fundamentales de conservación 2.82, 2.85 y 2.87 para poder utilizar sobre cada elemento discreto. A este procedimiento se le denomina discretización de las formulaciones que gobiernan la cual permitirá la reducción del componente temporal, convectivo, difusivo y fuente [17]. El valor de las variables se guarda en los nodos, se realizara una interpolación para el término convectivo ya que se necesita la estimación de los flujos en las “caras de los volúmenes de control” no obstante la información en esa sección se desconoce.

Para determinar los valores de la variable en la cara central esta se encuentra en función de los nodos adyacentes como se puede expresar en la formulación (2.100)

$$\phi_{fc} = \phi_{nup} + \beta_h \nabla \phi \cdot \vec{\Delta r} \quad (2.100)$$

Se empleara tres metodologías para estimar el valor de ϕ_{fc} . La metodología “Upwind” la cual se hace $\beta_h = 0$ llegando a concluir que el valor de la variable de interés será la misma que el del nodo anterior. La virtud de esta metodología será la robustez de la estimación numérica y la alta convergencia. No obstante genera errores de difusión numérica por lo que no se recomendara para la simulación del inductor hidrodinámico tipo Venturi. Se determinó que este método genera una precisión de primer orden.

La metodología “*Specified Blend Factor*”, se fija el valor de β_h , el cual se encuentra en un rango de 0 y 1. Si $\beta_h = 0$, será el método antes mencionado “Upwind” pero si $\beta_h = 1$ se está haciendo uso de una metodología de segundo orden, lo cual estima una solución numérica de las variaciones espaciales de las variables. No obstante la metodología “*Specified Blend Factor*” con $\beta_h = 1$ podría generar resultados fuera de rango estimado. Una mejor propuesta se presenta mediante la metodología “*High Resolution*” la cual combina ambas metodologías, tratando de hacer β_h sea más cercano a 1, lo que permitirá obtener soluciones dentro del rango estimado por las condiciones de frontera [45].

2.3.7 Criterios para detener una simulación numérica en CFD

La culminación del proceso de estimación numérica es el propósito, determinando que se ha encontrado una discretización adecuada del volumen de control y se han asignado bien las condiciones de frontera y las condiciones iniciales.

Una estimación numérica ha concluido cuando se ha cumplido con gran precisión los requerimientos determinados por el usuario, lo que exige un dominio del tema por parte del usuario. Para concluir el análisis numérico se deberá revisar 3 parámetros esenciales las cuales son: los puntos de monitoreo, análisis de residuales e imbalances.

Por su naturaleza los residuales son propio de las estimaciones numéricas por ser iterativo se generan al hacer la diferencia de los valores de las variables estimados en el tiempo precedente con sus valores en el tiempo presente. Cada variable presenta un residuo distinto, en la plataforma CFD por lo que se puede elegir entre dos tipos de finalizar la estimación numérica: en base a los residuales máximos o la finalización de la estimación numérica mediante los residuos promedios de todos los parámetros de interés.

Para una estimación no transitoria, el residuo máximo debe ser 0.001 y el residuo máximo de las variables de interés deberá ser 0.0001 [17].

Se indica que los imbalances analizan la conservación de masa, momentum y energía a través del volumen de control. Para procesos temporales se estimara que la simulación no es transitoria determinando que el imbalance resulta de la diferencia el flujo de entrada con el flujo de salida del parámetro y dividirla por el flujo máximo. En una estimación numérica ideal, se espera que la masa ingresante sea igual a la masa saliente por lo que el imbalance será 0%. Por lo que si se presenta valores menores al 1.5% se puede dar por finalizada la estimación numérica realizada [17] Por último, se debe evaluar la evolución de los puntos de monitoreo. En un punto de monitoreo se evalúa una variable de interés para el usuario. Puede ser la fuerza de arrastre sobre un cuerpo, la presión estática en un punto, evolución de la energía cinética etc. El objetivo es reconocer una variable de interés para la simulación y monitorear su evolución Para finalizar el análisis numérico se deberá analizar la alteración de los puntos de control. En una sección de control se analiza un parámetro de interés. Puede ser la energía cinética en dicho punto, la presión en dicha sección, evolución de la fuerzas etc. El propósito es identificar un parámetro de estudio para la estimación numérica y analizar su modificación transitoria y determinar si este parámetro es estable en el tiempo.

2.3.8 Errores , verificación y validación de una simulación

Las estimaciones numéricas presentan tres tipos de errores estas son: inherentes, errores de truncamiento y errores de redondeo [17]

El error “inherente” se refiere a los datos de ingreso que comprenden los parámetros de contorno y evaluaciones físicas reales utilizados en la simulación. Al aproximarse las ecuaciones diferenciales se puede generar errores de truncamiento en la estimación numérica [17], por lo que el valor del error será la diferencia aritmética entre la solución analítica y la numérica exacta. Para poder trabajar con números finitos es preciso acotar los resultados en valores con decimales finitos generándose errores de redondeo.

Para una estimacion numerica se presenta tres tipos de solucion: la estimacion analítica exacta (desarrollado para este trabajo de investigación en el apartado de diseño), la estimacion numérica exacta y la estimacion numérica evaluada. La primera una solución ideal la cual es difícil para flujos reales. La segunda metodología de solución ideal le da la configuración numérica evaluando operaciones con todos sus decimales los que no genera errores en procesos iterativos para la solución numérica.

La última propuesta (haciendo referencia a la tercera) es el objetivo de los esquemas de estimación numérica teniendo en cuenta los errores de “redondeo” y el que se muestra realmente durante una simulación numérica.

Otros indicadores de simulación numérica que son precisos indicar son: para un esquema numérico la convergencia, estabilidad y consistencia. La estabilidad será cuando los objetivos de la metodología numérica se encuentran acotados. La consistencia será cuando el error de truncamiento decrece conforme el paso espacial y temporal de simulación tiende a un valor nulo [17].

La convergencia de una estimación numérica determinada implica que esta se acerque a la estimación analítica a medida que se realiza el refinamiento sucesivo y se evalúa el paso temporal. Como se desconoce el resultado de la solución exacta del modelo analítico para ello si el modelo numérico es estable y consistente entonces la simulación numérica convergerá [39]. La metodología numérica de la plataforma utilizada es implícita por lo que consolida la estabilidad [17]. Al analizar la evolución del error de truncamiento del modelo numérico planteado se estará analizando la consistencia de la metodología.

La validación de la estimación numérica, consiste elementalmente en la delimitación cercana del error de truncamiento. Por lo que se hará uso de la teoría presentada por *Roarche (2015)* [47] la cual analiza un parámetro de interés y este según el refinamiento de la malla como estará afectada. Debido a que se un caso con tres mallados la cual se va refinando sucesivamente, se determinaran las tasas de refinamiento de malla por medio de las siguientes formulaciones matemáticas.

$$r_{GCI \ g-m} = \left(\frac{N_m}{N_g} \right)^{1/3} \quad (2.101)$$

$$r_{GCI \ m-f} = \left(\frac{N_f}{N_m} \right)^{1/3} \quad (2.102)$$

Otra expresión de interés es la tasa de refinamiento global, calculándose de la siguiente manera

$$r_{GCI-Prom} = \frac{r_{GCI \ g-m} + r_{GCI \ m-f}}{2} \quad (2.103)$$

Pudiendo determinarse de esta manera el “orden de convergencia de las simulaciones numericas”. Por ello se utilizara la siguiente expresión.

$$p_{GCI} = \frac{\ln\left(\frac{V_g - V_m}{V_m - V_f}\right)}{\ln(r_{GCI-Pr om})} \quad (2.104)$$

Utilizando la propuesta de Richardson para determinar el valor del parámetro de interés para un evento ideal con un refinamiento de la malla infinita.

$$V_{Rich} = V_f + \frac{V_f - V_m}{(r_{GCI-Pr om}^{p_{GCI}}) - 1} \quad (2.105)$$

El resultado final del parámetro de interés se debe presentar con el “ancho de banda del error de truncamiento”, esta se refiere al el uso de los parámetros GCI o “Grid Convergence Index” según sea el grado de refinamiento para el análisis [47].

$$GCI_{g-m} = 100FS_{GCI} \left(\frac{\left| \frac{V_m - V_g}{V_m} \right|}{(r_{GCI-Pr om}^{p_{GCI}}) - 1} \right) \quad (2.106)$$

$$GCI_{m-f} = 100FS_{GCI} \left(\frac{\left| \frac{V_f - V_m}{V_f} \right|}{(r_{GCI-Pr om}^{p_{GCI}}) - 1} \right) \quad (2.107)$$

La comprobación de la evaluación numérica consiste en determinar la diferencia entre la solución numérica calculada y la solución real. Para este análisis, es preciso determinar una parámetro de interés (velocidad, la presión, la entalpia etc.) y contrastar su valor determinado mediante la evaluación numérica con el valor obtenido un modelo número o analítico (para este trabajo de investigación propuesto en el apartado de diseño hidráulico del sistema). Para la comprobación es conveniente analizar otros aspectos de importancia como la variación de los imbalances asumo la evaluación de la conservación de la masa en el interior del volumen de control.

CAPÍTULO 3

3.0 DISEÑO HIDRÁULICO DEL SISTEMA DE INDUCCIÓN HIDRODINÁMICO Y MÓDULO EXPERIMENTAL

El inductor hidrodinámico tipo Venturi es un tipo de eyector que utiliza la energía cinética de un líquido presurizado para arrastrar otro líquido proveniente del medio circundante, mezclando los dos en la cámara del difusor y descargando la mezcla contra una contra presión, debido a que el sistema está sumergido.

Este sistema no presenta partes móviles y utiliza la energía de un flujo en movimiento proveniente de una bomba externa como fuente motriz para iniciar el funcionamiento. Específicamente, la potencia motriz se proporciona por medio de un chorro de flujo a alta presión aguas arriba a través de una boquilla convergente dimensionada para producir la más alta velocidad posible. Esta velocidad situada en la garganta del difusor genera caídas de presión, succionando un gasto volumétrico del medio circundante.

Idealmente, existe un intercambio de momentum en la sección de mezcla que genera una corriente uniforme, viajando a una velocidad promedia entre la velocidad del flujo motriz y el gasto volumétrico succionado. El diseño del difusor divergente de contorno cónico, tiene un diseño adecuado para transformar la energía cinética en “energía de presión” en la descarga con la mínima pérdida hidráulica posible y el ángulo de divergencia adecuado para generar una pluma de impacto con mayor alcance.

3.1 Fundamentos básicos de funcionamiento y aplicación

“El inyector Venturi de presión diferencial es un dispositivo cuyo funcionamiento consiste en introducir una corriente a presión a través de un ducto, incrementando la velocidad y reduciendo la presión en la boquilla de aceleración” (ISO 15873-2002).

La aplicación de este fenómeno puede ser aprovechado para diferentes propósitos, para este trabajo de investigación se propone utilizar la caída de presión en la zona de mayor energía cinética (boquilla y garganta del inductor) a fin de arrastrar un gasto másico en la zona de contorno elíptico, esta mezcla es expulsada por el ducto de contorno cónico hacia un área de barrido.

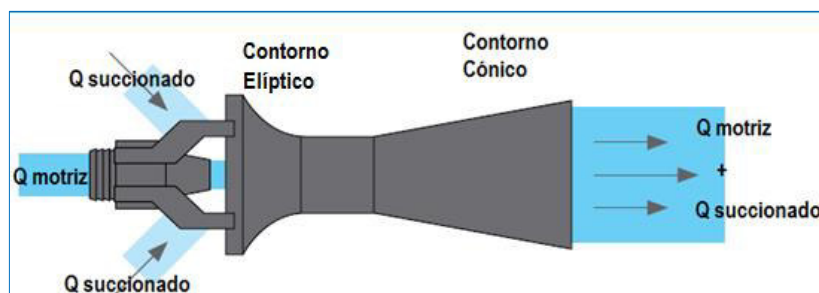


Fig. 3.1 Esquema general de funcionamiento del inductor hidrodinámico tipo venturi

La tecnología del efecto Venturi aplicado en procesos de dilución de sedimentos en estaciones de bombeo minero, no tiene precedentes en nuestro país. La innovación de esta tecnología aplicada a los procesos de barrido de material particulado radica en el acople de una estructura hidrodinámica de efecto Venturi que multiplica el gasto volumétrico neto impulsado.

El sistema propuesto tiene la capacidad de generar una expulsión neta de cuatro veces el flujo motriz. El rendimiento dependerá del diseño hidráulico del inductor hidrodinámico, y de las condiciones externas de operación.

La viabilidad técnica de los inductores hidrodinámicos tipo Venturi como dispositivo que mejora el barrido de material particulado en estaciones de bombeo minero no ha sido evaluada hasta ahora, por lo que los estudios realizados en este trabajo de investigación resultaran de gran interés para mejorar los procesos de bombeo de agua en minería.

3.2 Consideraciones para el diseño del sistema hidrodinámico

Para el diseño adecuado del inductor hidrodinámico tipo Venturi se tiene que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La optimización propia del inductor Hidrodinámico, que conlleve a la consecución de la presión diferencial para generar la mayor succión posible, esto desarrollado en la sección de contorno elíptico y la garganta.
- Las velocidades de salida máxima que no originen caídas de presión susceptibles a generar problemas de cavitación en la garganta del inductor hidrodinámico.
- Selección de materiales adecuados, inalterables y compatibles con un diseño a la medida del sistema de operación, esto con información de la acidez del agua.
- La versatilidad de la instalación es debida a la configuración simple de las partes.

- Variación del nivel de agua en las estaciones de bombeo, para prevenir problemas de ingreso de burbujas de aire provocados por la vorticidad.
- Determinación de los parámetros ambientales de la presión atmosférica y temperatura para determinar la presión de vapor del agua.
- Análisis granulométrico de los sedimentos en la estación de bombeo minero.
- Balances volumétricos en la cámara de bombeo minero.

3.3 Características del sistema hidrodinámico tipo Venturi

Los inductores hidrodinámicos tipo Venturi, son sistemas confiables y económicos para los procesos de mantenimiento y limpieza de cámaras de bombeo minero, y contribuyen al mantenimiento de las bombas estacionarias; presentando las siguientes características:

- Los inductores hidrodinámicos son auto cebado, no requieren imprimación y pueden ser utilizados para la operación continua o intermitente.
- Simple y confiable. El inductor hidrodinámico no tiene piezas móviles para usar o romper, solo se requiere una inspección periódica de desgaste.
- Resistente a la corrosión y la erosión porque pueden estar recubiertos con materiales resistentes a estos problemas, o estar constituidos de acero inoxidable.
- El sistema puede modificar la velocidad del jet en la boquilla, instalándose usillos monitoreados por resortes, similares a los inyectoros de turbinas Pelton.
- Los inductores hidrodinámicos pueden ser instaladas en zonas peligrosas donde las alternativas operadas eléctricamente requerirían una costosa protección contra explosiones durante la explotación minera.
- Fácil de instalar, se encuentran disponibles conexiones con rosca o bridas, las unidades son compactas, relativamente ligeras y se pueden adaptar a una variedad de configuraciones de tuberías, convirtiéndose en un sistema versátil, confiable y económico en los procesos de mantenimiento y limpieza de cámaras.
- Los inductores hidrodinámicos tipo Venturi no son costosos en relación con el trabajo que realizan, debido a que los planes de mantenimiento son mínimos, no requieren de infraestructura civil y el sistema que los conforma son robustos para las operaciones en minería.

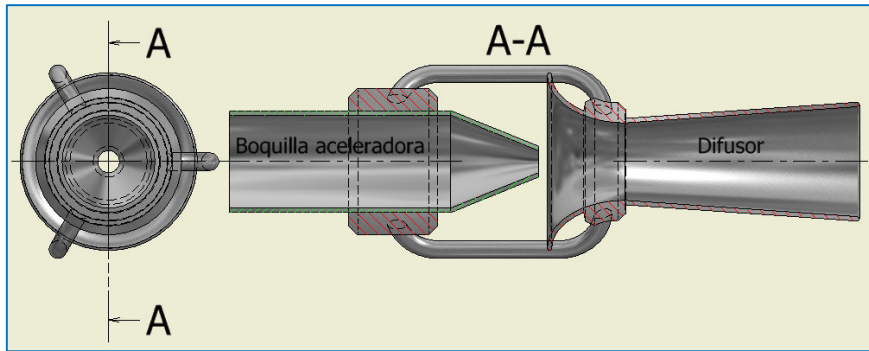


Fig. 3.2. Vista general de los componentes del inductor hidrodinámico (fuente propia)

3.4 Diseño hidráulico del inductor hidrodinámico tipo Venturi

El modelo analítico para el diseño del inductor hidrodinámico tipo Venturi, está fundamentado en la integración de la “ecuación de Bernoulli a lo largo de una línea de corriente” este principio fue estudiado en los fundamentos teóricos de este trabajo de investigación, por lo que se limitará la aplicación al estudio del fenómeno propuesto.

La ecuación de Bernoulli es una poderosa herramienta en la mecánica de fluidos. A fin de aplicar correctamente este principio en el fenómeno de estudio, se revisa las hipótesis básicas para su aplicación.

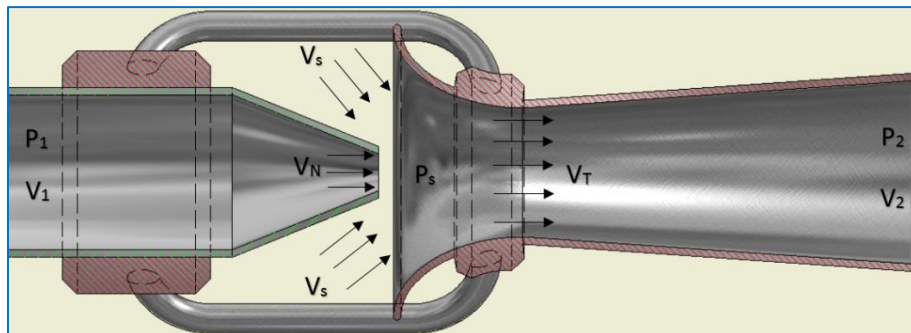


Fig. 3.3 Secciones de control: fuente motriz, succión, garganta y salida (fuente propia)

- El sistema está sumergido a una profundidad S_m verificándose el modo de operación de las partes que componen el inductor hidrodinámico tipo Venturi, los efectos viscosos se pueden considerar despreciable durante la operación.
- Las condiciones de operación como: presión atmosférica, presión de trabajo suministrada por la fuente motriz (P_1), velocidad del jet (V_N), altura de sumergencia

del inductor hidrodinámico S_m y la contrapresión (P_2) son estacionarias, por lo que se puede asumir que el flujo es estable.

- Se considera que el agua es incompresible para efectos de cálculo, debido a que la compresibilidad de agua es pequeña.
- Se diseña el ingreso hacia la cámara de mezcla con características hidrodinámicas, con el propósito de eliminar la generación de turbulencia, y factores que “rompan una línea de corriente” donde se aplicara el principio de Bernoulli.

Establecidas las condiciones y justificada la aplicación de la ecuación de Bernoulli sobre el sistema, se identifican los principales problemas para el diseño del inductor hidrodinámico tipo Venturi: el tamaño y proporción de la cámara de mezcla, la forma y perfil de ingreso hacia el difusor, la distancia entre la boquilla y difusor, la longitud del difusor, la relación entre el diámetro del Jet y diámetro de la garganta del difusor y el ángulo de divergencia de la sección cónica.

El diseño de los equipos que funcionan con el principio de Bernoulli, básicamente equipos a eyección, se basan en teorías y constantes empíricas para longitud y forma, por lo que las unidades más eficientes se desarrollan a partir de diseños calculados que, posteriormente, se modificaran mediante la prueba de simulación o experimentación [28]. De la figura 3.3 la presión estática en la entrada de la boquilla se convierte en energía cinética al permitir al fluido fluir libremente a través de una boquilla de tipo convergente generando una velocidad máxima V_N . El jet de alta velocidad arrastra al fluido de succión V_s en la cámara de contorno elíptico, originando un flujo de fluidos mezclados, que recorren a una velocidad intermedia V_T en la garganta del difusor.

La zona de menor presión ideal deberá formarse en la garganta del difusor. La sección difusora de contorno cónico convierte entonces la presión de velocidad nuevamente en presión estática, a la descarga del inductor hidrodinámico tipo Venturi.

Aplicando la formulación de Bernoulli entre la sección 1 y la zona de succión, es decir a través de la boquilla de inductor hidrodinámico.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_N^2}{2g} + z_1 + \sum h_{f,l} \quad (3.1)$$

Estableciendo como eje de referencia el eje axial del inductor hidrodinámico tipo Venturi, a la vez despreciando la pérdida por fricción por ser de longitud pequeña y la pérdida por accesorio por desconocimiento del ángulo de convergencia, es posible tener una buena aproximación de la ecuación anterior, quedando de la siguiente forma:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_N^2}{2g} \quad (3.2)$$

Aguas arriba de la boquilla de aceleración toda la energía se considera como carga estática, esto comparando con la “velocidad del jet” en la salida de la boquilla, de modo que la carga de energía cinética aguas arriba se desprecia, reescribiéndose la ecuación 3.2 de modo conveniente, esta nueva expresión sintetizada se denomina carga de operación.

$$\frac{V_N^2}{2g} = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} \quad (3.3)$$

El flujo motriz junto al flujo succionado genera un nuevo gasto volumétrico con velocidad V_T en la garganta del difusor. Se asume que el ingreso de gasto volumétrico del medio circundante se da de manera ordenada y direccionada por el perfil de contorno elíptico, aplicando la formulacion de Bernoulli entre la zona de la garganta y la salida del difusor.

$$\frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_T^2}{2g} + z_s = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum h_{f,l} \quad (3.4)$$

Sin alterar en gran medida los resultados reales, es posible modificar la expresión anterior de manera conveniente, con la condición de que toda la presión de velocidad se ha convertido en energía de presión, con lo que la carga de energía cinética en la salida del difusor queda anulada $V_2 = 0$ (la no simplificación realizada convierte al sistema analíticamente indeterminada, además la propuesta es respaldada por firmas reconocidas como *Schutte and Koerting Co.* [64]). Reescribiéndose la formulación y denominándose a esta nueva expresión como la carga en la descarga y a la vez aplicando las mismas consideraciones y referencias para el caso anterior se tiene:

$$\frac{V_T^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} \quad (3.5)$$

La capacidad de incrementar el gasto volumétrico neto del inductor hidrodinámico tipo Venturi está en función directa a la baja presión desarrollado en la garganta del difusor y la energía cinética transmitida al flujo succionado; cuanto mayor sea la velocidad del jet menor será la presión en la cámara de mezcla. Para cuantificar la caída de la presión en la zona de mezcla se asume que la línea de corriente que se traslada desde el espejo de agua hasta la garganta del difusor no sufre “ruptura”.

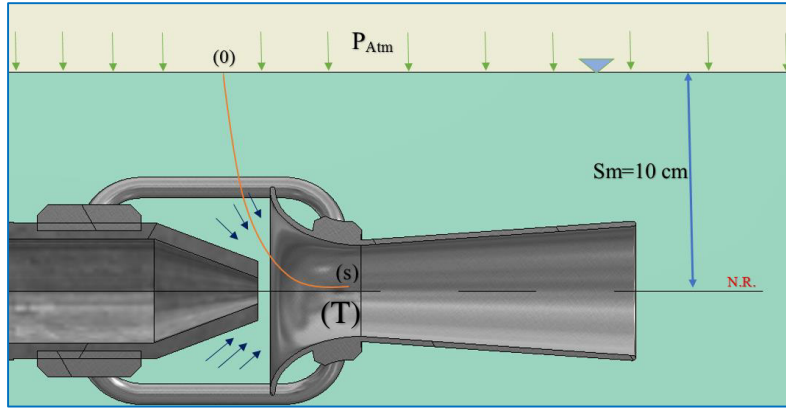


Fig. 3.4 Línea de corriente entre el espejo de agua y la garganta (fuente propia).

Haciendo uso del principio de la ecuación de Bernoulli entre el espejo de agua y la garganta de difusor hidrodinámico se tiene que:

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + z_0 = \frac{P_T}{\gamma} + \frac{V_T^2}{2g} + z_T + \sum h_{f,l} \quad (3.6)$$

Siendo S_m la altura de sumergencia invariable en el tiempo, se simplifica la expresión anterior mediante las siguientes consideraciones $V_0 = 0$ $z_s = 0$. Para fines de diseño es posible despreciar las pérdidas hidráulicas entre las dos cotas sin variar en gran magnitud los resultados, para condiciones absolutas la presión en la zona de succión se puede obtener simplificando la ecuación 3.6 como se muestra a continuación

$$P_T = P_{atm} + \gamma \left(S_m - \frac{V_T^2}{2g} \right) \quad (3.7)$$

La relación geométrica entre la carga de operación y la carga en la descarga genera un parámetro adimensional R_H . Esta relación entre la energía de ingreso y la energía de impulsión es de utilidad para determinar la altura neta positiva de succión en la zona axial del difusor hidrodinámico tipo Venturi.

$$R_H = \left(\frac{V_N^2 / 2g}{V_T^2 / 2g} \right) = \frac{P_1 - P_s}{P_2 - P_s} \quad (3.8)$$

$$R_H = \frac{H_1 - H_s}{H_2 - H_s} \quad (3.9)$$

Donde $H_1 - H_s$ es la carga de operación, y $H_2 - H_s$ es la carga en la descarga del sistema

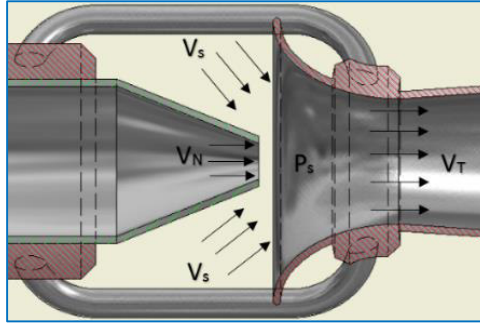


Fig. 3.5 Balance de la cantidad de movimiento en la succión (fuente propia).

Hasta ahora se ha buscado relacionar las presiones en los diferentes puntos de trabajo, sin embargo el objetivo directo del sistema radica en la capacidad de succionar un gasto volumétrico del medio circúndate, por ello se plantea la conservación de momentum lineal dentro de un volumen de control comprendido entre la salida de la boquilla y la garganta del difusor hidrodinámico.

Este principio fluido dinámico propone que el producto entre el gasto volumétrico y la energía cinética permanece constante al realizar el balance entre el ingreso y salida de un volumen de control, pudiendo escribirse la siguiente relación:

$$\dot{m}_1 V_N + \dot{m}_{suc} V_{suc} = (\dot{m}_1 + \dot{m}_{suc}) V_T \quad (3.10)$$

Las simplificaciones a las ecuaciones realizadas hasta ahora, son consideraciones necesarias que no alteran en gran medida los resultados reales puesto que proporcionan la viabilidad de la resolución de las mismas. Para la ecuación anterior se considera que la velocidad de succión $V_{suc} \cong 0$, puesto que esta velocidad es pequeña. Reacomodando la expresión del momentum aplicado en el ingreso del difusor hidrodinámico tenemos:

$$\dot{m}_{suc} = \dot{m}_1 \left(\frac{V_N}{V_T} - 1 \right) \quad (3.11)$$

De la expresión anterior se puede deducir la relación de operación en peso R_w lo que genera un relación geométrica entre la masa succionada por el sistema y la masa motriz.

$$R_w = \frac{\dot{m}_{suc}}{\dot{m}_1} = \frac{Q_{suc}}{Q_1} = \frac{V_N}{V_T} - 1 \quad (3.12)$$

De esta expresión, obsérvese que la relación geométrica entre las velocidades del jet y la velocidad en la garganta del difusor guarda una relación estrecha con la relación R_H pudiéndose reescribir de la siguiente manera:

$$R_H = \frac{V_N^2}{V_T^2} = (R_w + 1)^2 \quad (3.13)$$

Esta relación analítica propone una expresión global entre la energía suministrada y la capacidad de incrementar el gasto volumétrico neto impulsado por el sistema. La expresión 3.13 puede ser reordenada, siendo de mayor utilidad si se escribe así:

$$R_w = \sqrt{R_H} - 1 \quad (3.14)$$

Los modelos analíticos propuestos anteriormente son teóricos que muestran un rendimiento máximo. Para la aplicación real de esta relación teórica, se introduce un factor que disminuye el rendimiento del sistema.

Durante las operaciones reales en minería, existe pérdidas de energía asociado con la mezcla de dos fluidos, una “limpia” proveniente de la fuente motriz y otro “sucio” proveniente del medio circundante o cámara de bombeo; a la vez se identifica pérdidas de energía por fricción generados en la pared del difusor.

La firma *Schutte and Koerting Co.* mediante modelos experimentales evaluados en equipos que funcionan con el principio de efecto Venturi, reajustó la fórmula 3.14 mediante la introducción de un factor de eficiencia ξ_i ; este factor experimental se relaciona directamente con la altura neta positiva de succión o NPSH [64].

La altura neta positiva de succión es la carga disponible en el eje axial entre la boquilla de aceleración y el difusor hidrodinámico. Esta carga disponible mueve y acelera al flujo volumétrico hacia la zona de mezcla.

$$R_w = \xi_i \sqrt{R_H} - 1 \quad (3.15)$$

La ecuación anterior se usa para estimar el gasto volumétrico del flujo motriz o la presión de los parámetros de operación. Para poder calcular el factor de eficiencia es necesario estimar el NPSH en la zona de succión, esta carga para el inductor hidrodinámico sumergido se puede calcular como:

$$NPSH = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} - \frac{P_{vapor}}{\gamma} \quad (3.16)$$

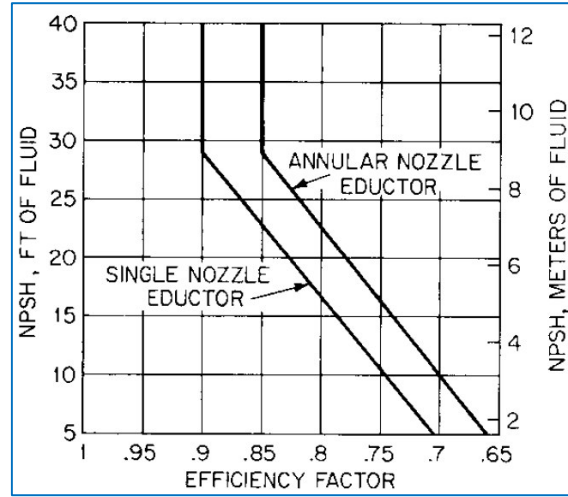


Fig. 3.6. Factor de eficiencia para eyectores, por Schutte and Koerting Co. [28]

El ábaco anterior muestra como resultado el factor de eficiencia ξ_i en función del NPSH. Este modelo experimental propuesto por *Schutte and Koerting Co* es de utilidad para eyectores y bombas de chorro. Por la similitud con este trabajo de investigación, se utilizará para aproximar el coeficiente de eficiencia ξ_i a fin de presentar un modelo analítico para el diseño de inductores hidrodinámicos tipo Venturi aplicados a la minería.

El inductor hidrodinámico guarda estrecha relación con un eductor de boquilla simple por lo que se asumirá la curva de esta para estimar el factor de eficiencia.

Para poder cuantificar el radio de la boquilla de aceleración o el radio del difusor hidrodinámico tipo Venturi, utilizaremos la ecuación general de conservación de masa.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho dv = - \iint_{A_{ingreso}} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} - \iint_{A_{salida}} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

La firma *Schutte and Koerting Co* propone un ábaco experimental para eyectores, que relaciona la el factor R_H con el R_W mediante el NPSH, tal como se muestra:

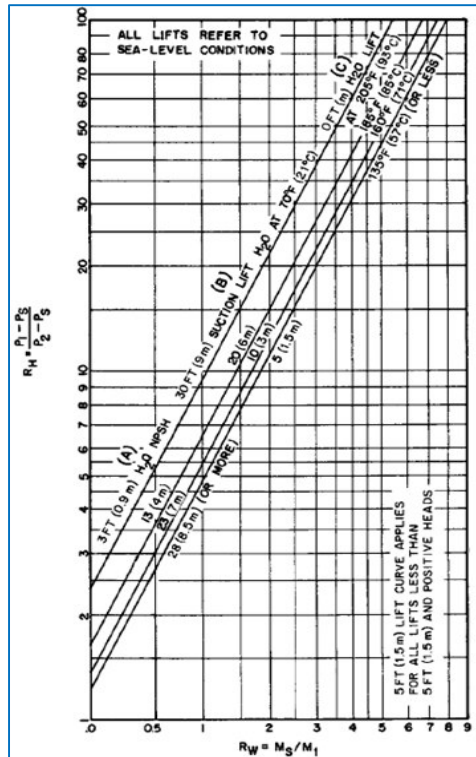


Fig. 3.7. Relación de operación estimada (Schutte and Koerting Co) [28]

Por otro lado la firma *Schutte and Koerting Co* propone un ábaco que busca determinar el tamaño del equipo Venturi, para este trabajo de investigación se tomara en cuenta para analizar y comparar los resultados, el ábaco propuesto de manera empírica y experimental tiene como parámetro de ingreso el descenso de la presión a través de la boquilla aceleradora de flujo y la capacidad de flujo neto a impulsar, este ábaco se cumple para boquillas Sparger, mostrándose como sigue:

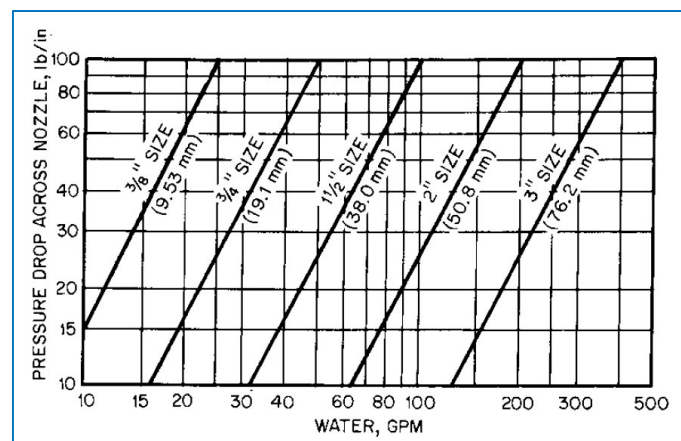


Fig. 3.8 Capacidad del flujo motriz en la boquilla (Schutte and Koerting Co) [28]

A partir de este ábaco se analizaron los límites de operación según la capacidad del flujo motriz, basados en los resultados empíricos y experimentales. Los laboratorios de *Schutte and Koerting Co* proponen la siguiente tabla.

Tamaño Inch.	Flujo motriz de agua (Gpm)							
	Diferencia de presiones en la boquilla de aceleración (Psi)man							
	10	20	30	40	50	60	80	100
1/2"	3.5	5.0	6.0	7.0	8.0	8.5	10.0	11.0
3/4"	10.0	14.5	17.5	20.0	23.0	24.5	29.0	32.0
1"	14.2	20.0	25.0	28.0	30.0	34.5	40.0	44.5
1-1/4"	22.0	31.0	37.5	44.0	50.0	53.0	62.5	69.0
1-1/2"	31.5	45.0	54.0	63.0	72.0	76.5	90.0	99.0
2	56.0	80.0	96.0	112.0	128.0	136.0	160.0	176.0
3	126.0	180.0	216.0	252.0	288.0	306.0	360.0	396.0
4	224.0	320.0	384.0	448.0	512.0	544.0	640.0	704.0
5	350.0	500.0	600.0	700.0	800.0	850.0	1000.0	1100.0
6	494.0	720.0	864.0	1008.0	1152.0	1224.0	1440.0	1584.0

Tabla 3.1 Capacidad de dosificación (*Schutte and Koerting Co*) [28]

Se plantea un modelo analítico que se propone modificar los resultados anteriores, generando un diseño “más real” para las condiciones de operación en minería.

Para la ecuación 3.1 se puede modificar introduciendo conceptos de pérdidas hidráulicas, escribiéndose la relación para el eje axial como:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_N^2}{2g} + \sum h_b = \frac{P_s}{\gamma} + (1 + k_t) \frac{V_N^2}{2g} \quad (3.17a)$$

Donde k_t será el coeficiente total de resistencia para la boquilla de aceleración. De la ecuación general de continuidad en el acelerador de flujo, en ambas secciones se verifica que la relación de velocidades es:

$$V_1 = \frac{D_N^2}{D_1^2} V_N \quad (3.17 b)$$

Para fines de cálculo se realiza el cambio de variable $D_N / D_1 = \beta i$ reescribiendo la ecuación (3.17b) en función del cambio de variable, quedando como:

$$V_1 = \beta i^2 V_N \quad (3.17c)$$

Por lo tanto la presión en la sección de succión considerando pérdidas hidráulicas justo a la salida del inductor se escribe como:

$$\frac{P_s}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \left[\beta i^4 - (1 + k_t) \right] \frac{V_N^2}{2g} \quad (3.18)$$

Y para estimar la velocidad del jet generado en la salida de la boquilla se tiene que:

$$V_N = \sqrt{2g \left(\frac{1}{1 + k_t - \beta i^4} \right) \frac{P_1 - P_s}{\gamma}} \quad (3.19)$$

El cálculo del coeficiente de pérdida hidráulica k_t propuesta por la firma *Crone Co.* (1990) propone una expresión sencilla para estimar el coeficiente de pérdida en boquillas Venturi, escribiéndose en función del ángulo de convergencia y razón de velocidades.

$$k_t = 0.8 \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) (1 - \beta i^2) \quad (3.20)$$

Por otro lado parte *Idel'cik, I.E.* (1996) propone una formulación más elaborada para determinar la pérdida hidráulica generada en la boquilla de aceleración venturi.

$$\sum h_b = k_t \frac{V_N^2}{2g} = \left[k_t' (1 - \beta i^2) + k_t'' \right] \frac{V_N^2}{2g} \quad (3.21)$$

Los coeficientes k_t' y k_t'' son factores de “ajuste” hidráulico para efectos de cálculo. El valor del coeficiente k_t' el cual se expresa en función del ángulo de convergencia de la boquilla y de la razón geométrica entre el diámetro del Jet y la longitud de la boquilla como se muestra en la ecuación 3.22.

$$k_t' = f \left(\alpha_1, \frac{D_N}{L_t} \right) \quad (3.22)$$

Podemos obtener el valor de k_t' en función del ángulo α_1 y de la relación D_N / L_t donde D_N es el diámetro del Jet y L_t es la longitud del cono de la boquilla con ángulo α_1 como se presenta en la imagen 3.9

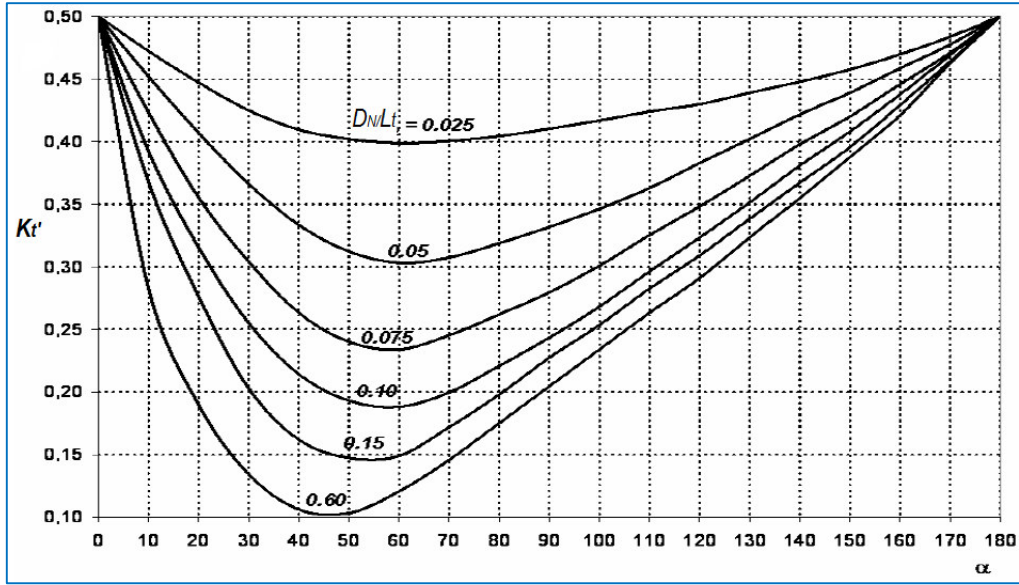


Fig. 3.9 Valores del factor de pérdida en función al ángulo α_1 y D_N/L_i [18]

Para calcular el valor de k_t'' , se escribe la fórmula 3.23, donde f es el “coeficiente de fricción” correspondiente a la zona aguas abajo, *Manzano Juárez* (2008) considera el valor de $f = 0.04$ para equipos similares al presente trabajo de investigación.

$$k_t'' = \frac{f}{8 \sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)} (1 - \beta i^2) \quad (3.23)$$

Las pérdidas hidráulicas en la sección divergente de contorno cónico del difusor. *Idel'cik*, I.E. (1996) propone una expresión empírico experimental.

$$\sum h_d = k_d \frac{V_T^2}{2g} = \left[3.2 \left(\tan \frac{\alpha_2}{2} \right)^{\frac{5}{4}} (1 - \beta i^4)^2 + f \frac{(1 - \beta i^4)}{8 \sin \frac{\alpha_2}{2}} \right] \frac{V_T^2}{2g} \quad (3.24)$$

Se subraya que la velocidad V_T es la velocidad en la garganta del difusor, considerando el flujo motriz y el flujo succionando. La firma *Crone Co.* (1990) propone un modelo más simplificado para determinar el coeficiente k_d escribiéndose así:

$$k_d = 2.6 \sin\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) (1 - \beta i^2)^2 \quad (3.25)$$

3.4.1 Relaciones experimentales entre pérdidas hidráulicas y la geometría

Se tomará como punto de partida los dimensionamientos de tubos Venturi certificados por una norma, siendo susceptible a ser modificado según el análisis y el propósito que implique nuestros objetivos.

Estos resultados están respaldados por una norma, siendo validados de manera experimental, por lo que es válido y confiable tomarlos en cuenta.

Para la normativa “ASME MFC-3M-1989” presenta una distribución para geometría y el proceder de un tubo Venturi, el estudio se muestra más detalle en la normativa UNE-EN ISO 5167-4 (2003). Las geometrías y rangos de trabajo que esta en función del número de Reynolds, para sistemas que utilizan esta configuración como caudalímetro (“American Society of Mechanical Engineers Estándar”) y que guardan similitud con el diseño del inductor hidrodinámico tipo Venturi, para el diseño de la boquilla de aceleración se optará por tomar este valor recomendado.

Ángulo de tobera : $\alpha_1 = 21^\circ \pm 1^\circ$

Ángulo de difusor : $7^\circ \leq \alpha_2 \leq 15^\circ$

Estos valores son validados numéricamente por Ahmet Baylar, M. Cihan Aydin, Mehmet Unsal y Fahri Ozkan (2009) aplicados a sistemas de succión de aire e impulsión de flujo bifásico [18]

La normativa “UNE-EN ISO 5167-4” estima que el ángulo del difusor de contorno cónico se ubique entre $7^\circ - 8^\circ$, esta normativa detalla el método de construcción de un venturi y la función del material.

Para Venturi con sección convergente mecanizada con $2 \times 10^5 \leq Re \leq 1 \times 10^6$ en $D1$

$$50 \text{ mm} \leq D1 \leq 250 \text{ mm}$$

$$0.25 \leq \beta_i \leq 0.75$$

Para Venturi con sección convergente en fundición con $2 \times 10^5 \leq Re \leq 6 \times 10^6$ en $D1$

$$100 \text{ mm} \leq D1 \leq 800 \text{ mm}$$

$$0.3 \leq \beta_i \leq 0.75$$

Para Venturi con sección convergente de chapa soldada con $2 \times 10^5 \leq Re \leq 2 \times 10^6$ en $D1$
 $200 \text{ mm} \leq D1 \leq 1200 \text{ mm}$

$$0.4 \leq \beta i \leq 0.7$$

Esta misma normativa aconseja que las conexiones entre la sección recta y la sección convergente no se realicen en aristas vivas, por el contrario deberán estar suavizadas.

Mediante un análisis experimental la norma ASME *MFC-3M-198*, sostiene que los factores que más participan en las pérdidas hidráulicas son el ángulo divergente del difusor α_2 y la relación de diámetros βi . Por otra parte adicionamos el perfil geométrico de ingreso como fuente de pérdida hidráulica, por ello se establecerá una distribución de contorno elíptico como perfil hidrodinámico para minimizar dichas pérdidas. Algunos investigadores realizaron evaluaciones experimentales para dispositivos de efecto Venturi (medidores, eyectores etc.) llegando a las siguientes conclusiones:

Los autores *Feitosa, J.C. (1998)* y *Olivera, E.F. (1996)* mediante modelos experimentales para bombas a chorro que cuanto mayor es la presión motriz se presenta una mayor diferencia de presiones para tener un mismo gasto másico succionado

El autor *Feitosa, J.C. (1998)* contrasta el efecto de una descarga libre en la zona de salida del inyector, determinando que esto conlleva a menores caudales inyectados y mayor pérdida para el caso de bombas a chorro.

Silvester, R (1961) realizo estudios sobre la geometría del inyector, comprobando que las pérdidas hidráulicas se incrementan para equipos pequeños. A la vez *Feitosa, J.C. (1997)* analiza las conexiones y sugiere conexiones suavizadas.

3.4.2 Relaciones geométricas del difusor hidrodinámico

Este trabajo de investigación tiene como precedente los procesos de desalación, efectuada en la “planta desaladora Maspalomas II” ubicado al sur de la isla de Gran Canarias (Isla Canarias-España). El diseño de ingreso hacia la cámara de mezcla (modelo propuesto por la planta desaladora-España) es hidrodinámicamente incorrecto puesto que generan turbulencia y por ende pérdidas hidráulicas, afectando la capacidad de succión. Los resultados propuestos al Instituto Tecnológico de Canarias-España aplicados a procesos de desalación, sirvieron como base para la aplicación de esta tecnología a procesos de barrido de material particulado en posas de bombeo minero.

El dimensionamiento de la sección curva de la campana de ingreso, fue desarrollado en base a un plano esquemático propuesto por R. Crowder, *Electric Drives and Electromechanical System (Inglaterra 2005)* basados en la norma ANSI/AMCA210 - 0.7. La norma presenta las siguientes sugerencias para el diseño y la construcción:

- La boquilla de ingreso deberá tener una sección transversal que consiste en proporciones elípticas y cilíndricas.
- La sección de proporciones elípticas es un cuarto de elipse, donde el eje mayor es de dimensión D_T y el eje menor de $0.667D_T$.
- La dimensión D_T de la garganta del difusor debe ser medida con una precisión de $0.001D_T$ a la entrada de la garganta desde el ingreso.

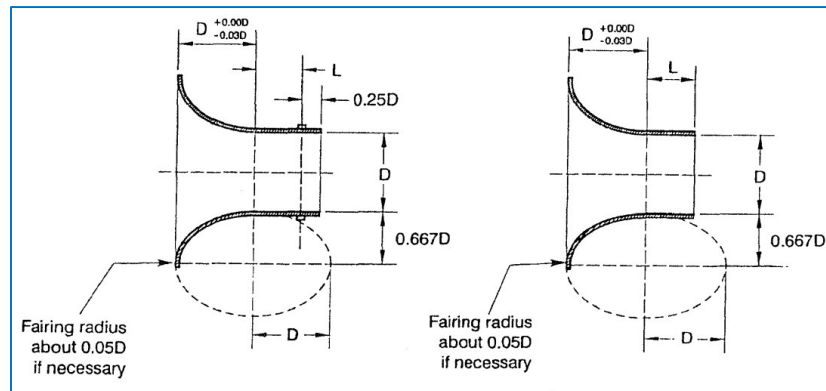


Fig. 3.10 Relaciones geométrica AMNCA210 para perfiles elípticos adaptados para el diseño de la sección de ingreso hacia la cámara de mezcla del inductor hidrodinámico [58]

Para el diseño de curvas hidrodinámicas se emplea conceptos teóricos desarrollados en la aerodinámica, como métodos de vórtices discretos, sin embargo el estudio de estos conceptos no amerita la aplicación en este trabajo de investigación debido a las velocidades relativamente bajas V_s con lo que interactúa el borde de ataque, limitándose al uso de un borde curvo con radio de curvatura $r = 2mm$ como sección hidrodinámica que minimiza las pérdidas hidráulicas en el borde de ataque.

La certificación *By Authority of THE UNITED STATE OF AMERICA Legally Binding Document*, mediante la *AMCA 210 laboratory Methods of Testing Fans for Ratings*,

analiza los perfiles curvos en las entradas de los sopladores y ventiladores, perfiles que adoptaremos como punto de partida para el diseño del difusor de contorno elíptico.

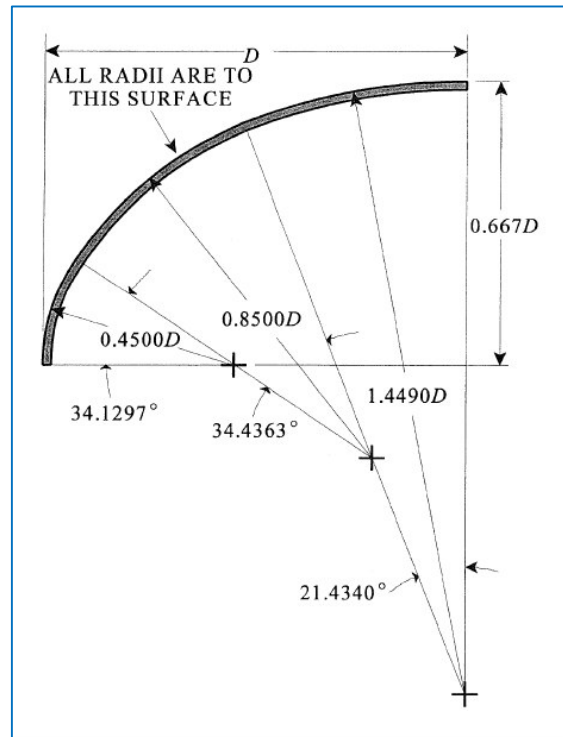


Fig. 3.11 Aproximaciones en función al diámetro, adaptado para el diseño del inductor hidrodinámico tipo Venturi [58]

Para el diseño de la sección cónica (difusor con ángulo α_2) se buscara relaciones teóricas experimentales que relacione sus parámetros de longitud y ángulo de divergencia, por ello se analizara los rendimientos de equipos con efecto Venturi similares a este trabajo.

3.4.3 Rendimiento de sistemas de inducción hidrodinámicas Venturi

Los Inductores hidrodinámicos, se clasifica entre los equipos Jet, bombas de chorro o eyectores. En su composición más básica se define como un equipo utilizado para succionar un flujo (vapor, gas, líquido), por aplicación práctica del efecto Venturi [56].

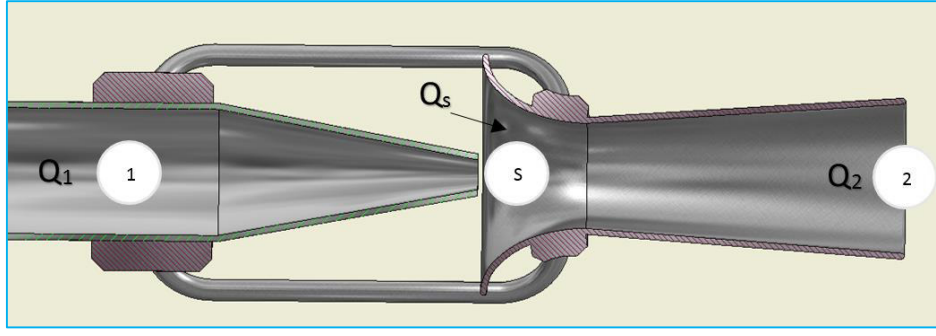


Fig. 3.12 Secciones de control para evaluar el rendimiento (fuente propia)

Muchos experimentos arrojaron expresiones similares para calificar el rendimiento de los eyectores, con el propósito de contrastar modelos y métodos de instalación

Troskolanski (1997) y *Winoto (2000)* estimaron la eficiencia η_e , como el aumento de la potencia utilizable que ensaya el fluido inyectado respecto a la variación de la potencia utilizable del fluido principal [57]

La formulación matemática que proponen estos autores con los factores del esquema 3.12 para estimar la eficiencia del inductor hidrodinámico tipo venturi es:

$$\eta_e = \frac{Q_s}{Q_1} \left(\frac{H_2 - H_s}{H_1 - H_2} \right) = \frac{Q_s}{Q_1} \left(\frac{P_2 - P_s}{P_1 - P_2} \right) \quad (3.26)$$

Feitosa, J.C. et al. (1997) determinó mediante análisis experimental el rendimiento de un inyector, donde hace que E_s y E_1 sean la “energía en la zona de succión” y en la entrada del inyector, respectivamente. Esta expresión propone que el desarrollo de la razón geométrica de E_s y E_1 como se muestra en la siguiente expresión.

$$\eta_e = \frac{E_s}{E_1} = \frac{Ec_s - Ep_s}{Ec_1 - Ep_s} = \frac{\rho \frac{Q_s^3}{2} \left(\frac{4}{\pi D_N^2} \right)^2 + Q_s (P_2 - P_s)}{\rho \frac{Q_1^3}{2} \left(\frac{4}{\pi D_1^2} \right)^2 + Q_1 (P_1 - P_2)} \quad (3.27)$$

Sanger (1970) en base a la teoría planteada por diferentes investigadores, desarrolló una fórmula la cual es de mayor utilidad para este trabajo de investigación, puesto que relaciona el diámetro de la vena contracta de alta velocidad con el diámetro de la garganta. Escribiendo la razón geométrica $R = A_N / A_T$ se presenta la siguiente fórmula.

$$\eta_e = \left(\frac{Q_s}{Q_1} \right) \left[\frac{2R + \frac{2R^2 \left(\frac{Q_s}{Q_1} \right)^2}{1-R} - (1+k_a+k_d)R^2 \left(1 + \left(\frac{Q_s}{Q_1} \right)^2 \right) - (1+k_g) \left(\frac{R^2 \left(\frac{Q_s}{Q_1} \right)^2}{(1-R)^2} \right)}{1+k_t - 2R - \frac{2R^2 \left(\frac{Q_s}{Q_1} \right)^2}{1-R} + 2R^2 \left(\frac{Q_s}{Q_1} \right)^2 (1+k_a+k_d)} \right] \quad (3.28)$$

Para estimar los valores de k_t, k_a, k_d y k_g varios autores proponen los coeficientes de pérdidas localizadas.

k_t	k_a	k_g	k_d	Autor
0.1	coef. no considerado		$0.3(k_g)$	Cumingam, R.G. et al. (1970)
0.03 - 0.05	coef. no considerado		$0.2(k_g)$	Hatzivramidis, D.T. (1991)
0.04 - 0.06	0.12	0.065	0.174	Winoto, S.H. et al. (2000)
0.21	4.61	coef. no considerado	0.33	Lima Neto, E. et al. (2004b)
0.156 - 0.262	>0.9	0.066 - 0.075	0.2 - 0.4	Lima Neto, E. et al. (2004a)

Tabla 3.2 tabla para la determinación de k_t, k_a, k_d y k_g propuestos por varios investigadores, empíricos y experimentales [53]

3.4.4 Análisis de cavitación en el inductor hidrodinámico tipo Venturi

El inductor hidrodinámico tipo Venturi se diseña para trabajar en diferentes puntos de operación, sin embargo existe un rango adecuado en la que se desempeña con altas eficiencias. Para las presiones motrices menores al rango de trabajo, el rendimiento del inductor disminuye en gran magnitud, mientras que para presiones por encima de la presión el equipo es susceptible a cavitarse. Este problema se genera en algún punto de la garganta donde el fluido alcanza la presión de vapor. Puesto que el inductor hidrodinámico genera presiones por debajo de cero en la garganta, el aumento de la velocidad o el declive de la presión de entrada pueden generar el efecto Venturi.

Kummar (1999) propone un ábaco de cambio del gasto frente a la diferencia de presiones en un inyector Venturi. Siendo un dispositivo similar a este trabajo de investigación, analizaremos la similitud y estableceremos el rango de presiones adecuadas de operación para el inductor hidrodinámico tipo Venturi.

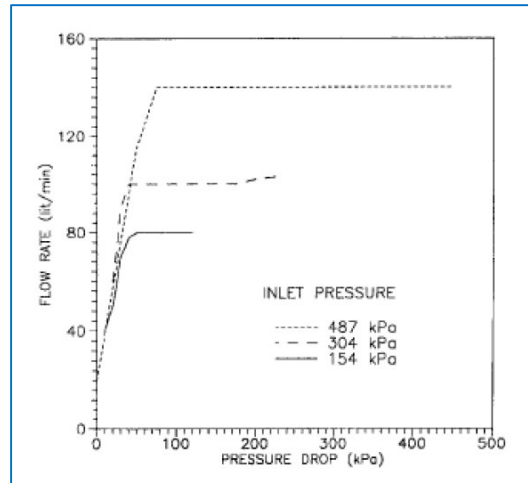


Fig. 3.13. Gasto frente a la gradiente de presiones (Kummar 1999) [18]

Kummar (1999) determinó que cuando se llega a la presión de vapor en la zona de la garganta el flujo succionado permanecerá constante por mucho que se eleve la presión motriz o presión aguas abajo del inyector.

Bajo este análisis se determina que el gasto volumétrico neto que conforma la pluma de impacto será constante sin importar el incremento de la presión motriz. Este es el rango superior de caudal motriz; para estas condiciones adversas de operación, diferentes autores determinan conclusiones similares mostrando la inestabilidad y vulnerabilidad a desgaste por cavitación.

Lima Neto (2004) determino de manera experimental un brusco descenso de la eficiencia del sistema una vez alcanzada el fenómeno de cavitación incipiente.

Feitosa (1997) experimento para inyectores Venturi que al alcanzar el proceso de cavitación incipiente, concluyó que el caudal límite se reduce ligeramente progresivo al aumentarse la presión motriz.

Otros efectos y de más peligrosidad que la primera, son las implosiones de las burbujas generadas por la cavitación. Las implosiones se efectúan aguas abajo de la garganta del difusor hidrodinámico tipo Venturi, que generan ruido, vibraciones y desgastes de la superficie del difusor hidrodinámico, los autores *Couiter-Delghosa (2003)* concluyeron que el fenómeno es altamente inestable [29]

La intensidad de la turbulencia y el tiempo exacto en la que se produce su intensidad van a estar en función de la forma geométrica, el aire absorbido (durante los vórtices) o fluctuaciones en el equipo.

Una metodología práctica para prever el fenómeno de cavitación en los equipos jet (en este caso aplicado a los inductores hidrodinámicos) consiste en analizar el índice de cavitación \mathcal{G} . El “índice de cavitación” vincula la presión que existe en la entrada del difusor (antes que se genere el fenómeno de la cavitación) con la presión dinámica en una sección de control [60]. Para este valor, el autor Dandekar [48] sostiene que el “índice de cavitación crítico” para un accesorio de estrangulamiento se ubica en el rango de 2 y 2.5 por lo que el “índice de cavitación” debiera ser mayor al especificado en el rango anterior para nomitigar el riesgo de generar el fenómeno de la cavitación. *Chaine (1986)* y *Yan, Y. (1990)* estimaron mediante modelos experimentales aplicados a medidores Venturi que, las condiciones de índice de cavitación crítica esta en el rango de 1 y 1.5 en función de valores como es el Reynolds [18].

$$\mathcal{G} = \frac{P_E - P_v}{\rho \frac{V^2}{2}} \quad (3.29)$$

La “presión mínima adimensional” Π_{\min} vincula la presión mínima existente en el difusor con la presión en una sección referencial pudiendo ser el valor de la presión en el ingreso. Si la presión mínima fuese la presión de vapor del agua, entonces es posible determinar la presión mínima de trabajo que se ubicara al ingreso del difusor antes de cavitare [13].

$$\Pi_{\min} = \frac{P_{\min}}{P_{ref}} \quad (3.30)$$

3.5 Diseño hidráulico del módulo experimental

Los fundamentos analíticos propuestos son modelos desarrollados en base a las informaciones teóricas y experimentales propuestas por varios autores, aplicados a equipos que trabajan con los mismos fundamentos de la mecánica de fluidos que el inductor hidrodinámico tipo Venturi.

Es preciso modificar o validar las relaciones planteados en el diseño del inductor hidrodinámico mediante una evaluación experimental.

Se diseña un prototipo teórico, el cual será simulado en la plataforma de simulación Ansys CFX 17.0 mediante la metodología de volúmenes finitos, determinado el modelo “ideal” se construirá un módulo de ensayo experimental para la validación del modelo analítico y numérico.

3.5.1 Variables utilizadas

En el funcionamiento del inductor hidrodinámico participan varias variables (muchas ya mencionadas) de las que varias están en función de caudal de jet motriz.

1. Presión de ingreso, $\left(\frac{P_1}{\gamma}\right)$, presión en la garganta $\left(\frac{P_s}{\gamma}\right)$ y salida $\left(\frac{P_2}{\gamma}\right)$
2. Diferencia de presiones o altura de operación $\frac{H_{op}}{\gamma} = \left(\frac{P_1 - P_s}{\gamma}\right)$
3. Diferencia de presiones en la descarga o carga en la descarga $\frac{H_{de}}{\gamma} = \left(\frac{P_2 - P_s}{\gamma}\right)$
4. Caudal principal (Q_1) caudal en la entrada de la boquilla de aceleración.
5. Rango de presiones de operación, el mínimo esencial para generar succión y el máximo que no genere el fenómeno de la cavitación.
6. Gasto masico succionado en la campana de contorno elíptico (Q_s)
7. Relación de succión (R_w) : Es la relación geométrica entre el caudal succionado y el caudal motriz inyectado por el jet inductor.
8. Rendimiento de un Jet de inducción hidrodinámica tipo venturi η_e

3.5.2 Diseño piping del módulo experimental.

El sistema está constituido por una red de tuberías y accesorios que alimentan de flujo volumétrico al inductor hidrodinámico tipo Venturi, el flujo volumétrico es suministrado por una bomba estacionaria, para el diseño de los sistemas de inducción hidrodinámica se calcula el caudal suministrado y con ello todo los parámetros fluido dinámicos de interés, la velocidad del flujo generado en el Jet de inducción deberá estar en los rangos recomendados para el buen funcionamiento del sistema

El inductor hidrodinámico está constituido de acero estructural ASTM-A36 sin tratamiento adicional, esto debido a que se trabaja con agua potable (para la prueba experimental). Sin embargo para la construcción de módulos reales en minería se sugiere la utilización de aceros especiales, resistentes a los efectos químicos de la corrosión y tratamiento térmico para endurecer la estructura para los efectos físicos de la erosión.

3.5.3 Sistema hidráulico de alimentación del inductor hidrodinámico

Este sistema proporciona al inductor hidrodinámico el caudal y la presión necesaria de funcionamiento, este sistema tiene los componentes que se especifica en la tabla 3.3

Accesorio	Característica
Ducto	Pvc $\frac{3}{4}$ "
Codo	Pvc 90° $\frac{3}{4}$ "
Válvulas	Pvc esfera $\frac{3}{4}$ "
Acoples	Pvc $\frac{3}{4}$ "
Correntómetro	Acero ASTM-A36 $\frac{3}{4}$ "
Manómetro	Tipo Bourdon $\frac{3}{4}$ "
Boquilla de aceleración	Por definir

Tabla 3.3 Tabla de componentes y accesorios para el sistema de alimentación

Las condiciones ambientales en las que se desarrolla el proceso experimental para la validación del modelo numérico se muestra en la siguiente tabla:

Parámetro	Valor
Presión atmosférica	101325 Pa
Temperatura del ambiente	22° C
Presión de vapor del agua	2645.3 Pa

Tabla 3.4 Condiciones atmosféricas de operación

Para la evaluación experimental el fluido de trabajo será agua potable. Las consideraciones atmosféricas se asumirán a nivel del mar; resumiendo en la tabla 3.5 las características y accesorios del módulo de ensayo.

Parámetro	Valor
Viscosidad cinemática	$1.13 \times 10^{-6} m^2 / s$
Potencia de la bomba	$0.37 kw - 0.5 hp$
Diámetro de ducto	$0.021 m$
Altura Geodésica	$0.9 m$
Rugosidad absoluta	$0.015 mm$

Tabla 3.5 Parámetros de ingreso para el cálculo hidráulico.

Utilizando la formulación de la energía en las secciones (1) y (2), tomando como nivel de referencia el eje axial de la tubería horizontal de aspiración de la bomba de 0.37Kw como se muestra en el siguiente esquema.

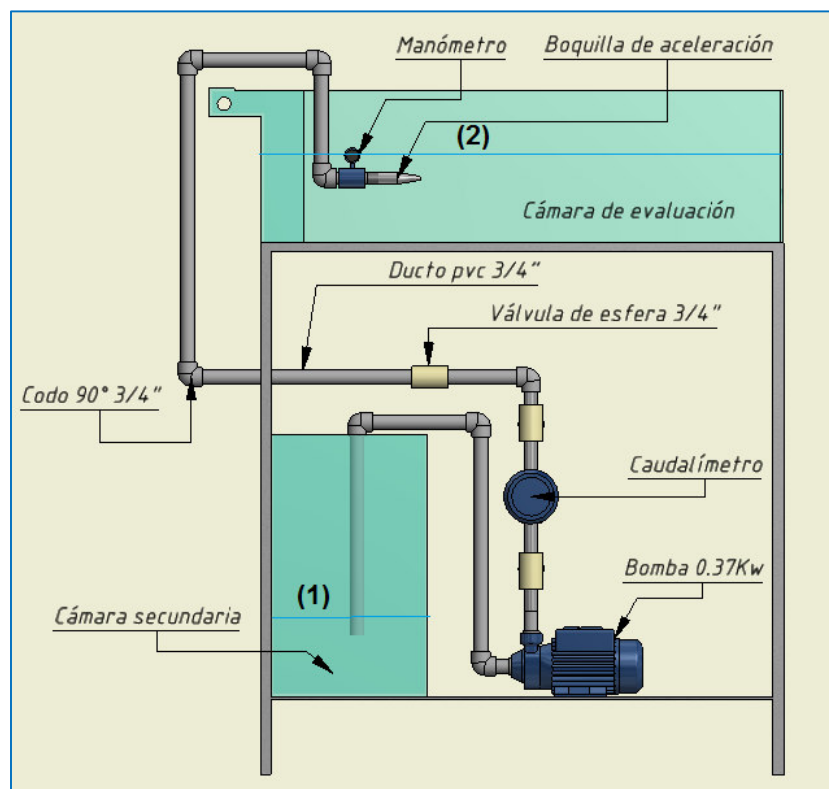


Fig. 3.14 Distribución piping del sistema de alimentación entre las secciones 1 y 2 (fuente propia)

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{Pot}{\gamma Q_1} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + f \frac{L_{total}}{d_{tubo}} \frac{V^2}{2g} + \sum_{i=1}^n k_i \frac{V^2}{2g} \quad (3.31)$$

Asumiendo que el espejo de agua está a 10 cm del eje de la bomba en la cámara secundaria, y en la cámara de evaluación a 5 cm respecto al eje axial de la boquilla de aceleración, se verifica que el sistema está expuesto a la atmosfera. Con estas consideraciones se pueden realizar las siguientes simplificaciones sin afectar en gran medida los resultados.

La rapidez de cambio del nivel de agua en ambas cámaras es muy pequeña $V_1 = V_2 \cong 0$.

La cota del punto de inicio y final, están referenciadas respecto al eje axial de la bomba de modo que $Z_1 = 0.1\text{ m}$ y $Z_2 = 1.02\text{ m}$. Las cámaras de evaluación primaria y secundaria son abiertas a las condiciones atmosféricas por lo que $P_{1(man)} = P_{2(man)} = 0$ reemplazando en la ecuación de la energía se tienen la siguiente expresión:

$$\frac{Pot}{\gamma Q} = Z_2 - Z_1 + \sum_{i=1}^n k_i \frac{V^2}{2g} \quad (3.32)$$

Donde las pérdidas hidráulicas son por fricción a lo largo del ducto y locales debido a la configuración geométrica en el interior del accesorio (estrangulamiento o cambio de dirección), descomponiendo las pérdidas hidráulicas del sistema se tiene:

$$\sum_{i=1}^n k_i \frac{V^2}{2g} = h_{fricción} + \sum h_{local} \quad (3.33)$$

Expresando las pérdidas hidráulicas en función del caudal se tiene:

$$h_{fricción} = 0.0826 f \frac{L_{total}}{d_{ducto}^5} Q_1^2 \quad (3.34)$$

$$\sum h_{local} = \sum_{i=1}^n 0.0826 \frac{k_i}{d_{ducto}^4} Q_1^2$$

Remplazando en la ecuación 3.31 se tiene la siguiente expresión

$$\frac{Pot}{\gamma Q_1} = Z_2 - Z_1 + 0.0826 f \frac{L_{total}}{d_{ducto}^5} Q_1^2 + \sum_{i=1}^n 0.0826 \frac{k_i}{d_{ducto}^4} Q_1^2 \quad (3.35)$$

Esta relación fluido dinámica presenta dos variables por determinar: el caudal de trabajo Q_1 , y el valor del coeficiente de fricción de Darcy Weisbach f . Adicional a ello, no se ha definido la geometría de la boquilla de aceleración por lo que es una variable que también es preciso identificar para finalizar el cálculo hidráulico del sistema experimental. Se evaluó en el apartado 3.4.1 que el ángulo de convergencia de la boquilla es $\alpha_1 = 21^\circ$

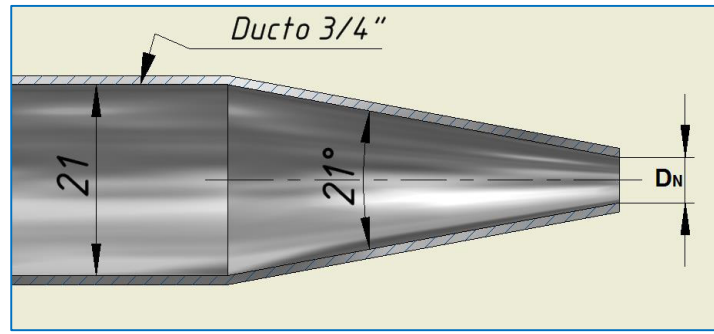


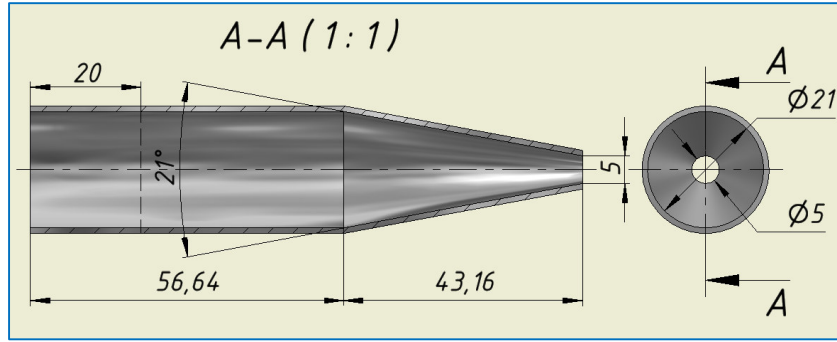
Fig. 3.15 Ángulo de convergencia de la boquilla sin determinar el diámetro del Jet inductor
(fuente propia)

Los autores “Portillo, E., Louzara, G., Ruiz de la Rosa, M., Quesada, J., Gonzalez, J.C., Roque, F., Antequera, M., Mendoza, H. (2012)” concluyeron que los Jet de inducción (Bombas de vacío) requieren de velocidades muy altas en la salida $V_N \geq 11 \text{ m/s}$ para poder llegar a una diferencia de presión necesaria para iniciar el efecto de succión propio del dispositivo. Además determinaron que para las velocidades mayores a 11 m/s , los sistemas de desalación fueron más eficaces que los difusores convencionales (Eductor desalador presentado ante el programa nacional de desarrollo experimental en las islas canaria, España) ya que con estas características de operación se consiguieron diluciones de mayor envergadura [26].

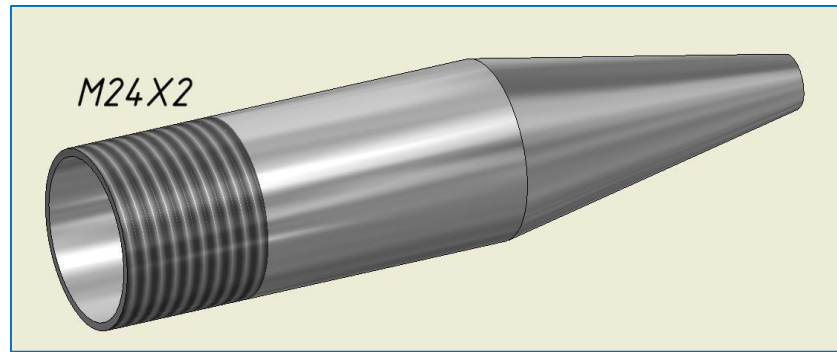
La norma *UNE-EN ISO 5167-4* en uno de sus ítems citados, recomienda que, la razón $\beta_i \in < 0.25 ; 0.75 >$ para valores de $D_1 \in < 50 \text{ mm} ; 250 \text{ mm} >$ sin embargo el diámetro que se tiene es de 21 mm por lo que se selecciona la razón de menor valor, por lo tanto $\beta_i = 0.25$ con lo que se estima el diámetro D_N .

$$\beta_i = \frac{D_N}{D_1} = 0.25 \rightarrow D_N = 5.25 \text{ mm} \cong 5 \text{ mm}$$

Se toma el valor $D_N = 5 \text{ mm}$ para fines de construcción durante la fabricación del módulo experimental. Este valor deberá garantizar que la velocidad del Jet generado sea mayor a las condiciones mínimas establecidas [26]. Por lo tanto las relaciones geométricas de la boquilla del inductor hidrodinámico queda establecidas como:



a) Dimensiones de la boquilla



b) Vista Isométrica de la boquilla

Fig. 3.16. Vista CAD de la boquilla de aceleración (fuente propia)

Donde queda definido las longitudes características de $L_t = 43.16$, $\alpha_1 = 21^\circ$, $D_N = 5\text{ mm}$ y $D_1 = 21\text{ mm}$. Con las características geométricas definidas para la boquilla de aceleración, se puede estimar el coeficiente de pérdida hidráulica.

$$k_t' = f\left(\alpha_1, \frac{D_N}{L_t}\right) = 0.31$$

$$k_t'' = \frac{f}{8 \sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)} (1 - \beta i^2) = 0.026$$

$$k_t = k_t' (1 - \beta i^2) + k_t'' = 0.34$$

Puesto que el caudal se puede escribir así $Q_1 = A_1 V$ y considerando que la bomba presenta una eficiencia $n_{bomba} = 0.85$, se remplace en la ecuación (3.35) quedando la expresión solo en función de la velocidad y del coeficiente de Darcy.

$$\frac{4n_{bomba} Pot}{\rho g (\pi D_1^2 V)} = (Z_2 - Z_1) + 0.0826 \left(\frac{\pi}{4} D_1^2 V \right)^2 \left(f \frac{L_{total}}{D_1^5} + \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{D_1^4} \right) \quad (3.36)$$

La ecuación presenta dos variables por conocer, por lo tanto se empleara un proceso iterativo para hallar f y V .

- Se calcula la rugosidad relativa $\varepsilon / d_{ducto} = 0.00071$
- Con el valor de ε / d_{ducto} se estima en el diagrama de Moody un valor de $f' = 0.018$ proyectando directamente mediante una línea horizontal el valor de ε / d_{ducto} hacia el valor del coeficiente f .
- Con el valor de f' se halla V' de la ecuación (3.35) $f' = 0.018 \rightarrow V' = 0.86 \text{ m/s}$
- Para verificar si el f' es correcto se calcula el número de Reynolds, con los parámetros establecidos.

$$R'_e = \frac{V' D_1}{\nu} = \frac{0.86 \times 0.021}{1.13 \times 10^{-6}} = 15982.3$$

- Para estos valores de R'_e y ε / d_{ducto} se halla en el diagrama de Moody el nuevo valor del factor de fricción de Darcy $f'' = 0.0285$, como se verifica que los valores de $f' \neq f''$ se repite los cálculos con el ultimo valor de f'' .

$$f'' = 0.0285 \rightarrow V'' = 0.836$$

$$R''_e = \frac{V'' D_1}{\nu} = \frac{0.836 \times 0.021}{1.13 \times 10^{-6}} = 15536.283$$

Mediante el diagrama de Moody se determina un nuevo valor del factor de fricción de Darcy con $\varepsilon / d_{ducto} = 0.00071$ y $R''_e = 15536.283$ determinándose que el factor es $f''' = 0.0285$, este valor es igual al determinado en el caso anterior, por lo tanto los valores de $f''' = 0.0285$ y $V = 0.836 \text{ m/s}$, son los valores buscados.

- Con los valores establecidos se calcula el caudal de trabajo con los que operara el inductor hidrodinámico tipo Venturi.

$$Q_1 = \frac{\pi}{4} D_1^2 V = \frac{\pi}{4} \times 0.021^2 \times 0.836 = 2.895 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Calculando la velocidad del Jet generado en la boquilla, esta velocidad deberá cumplir la condición mínima de operación de $V_N \geq 11 \text{ m/s}$

$$V_N = \frac{Q_1}{\frac{\pi}{4} D_N^2} = \frac{2.895 \times 10^{-4}}{\frac{\pi}{4} \times 0.005^2} = 14.747 \text{ m/s}$$

Conocidas la velocidad y el caudal, es preciso calcular la presión motriz antes de la boquilla de aceleración. Planteada la ecuación de la energía entre el espejo de agua en la cámara secundaria y la sección antes de la boquilla se tiene:

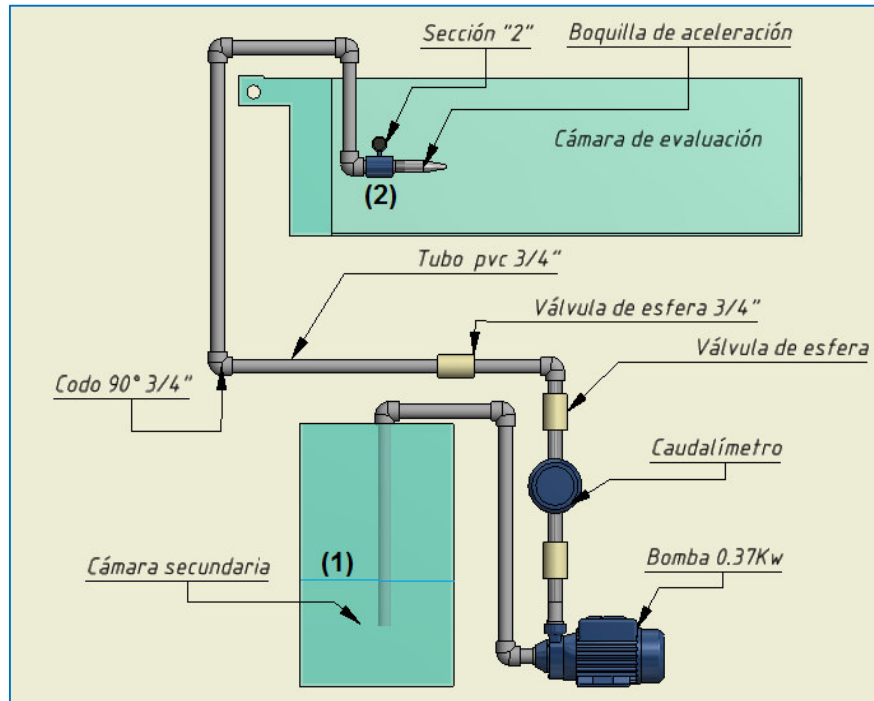


Fig. 3.17 Distribución piping para el cálculo hidráulico entre las secciones 1 y 2 (fuente propia)

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{n_{bomba} Pot}{\gamma Q_1} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + f \frac{L_{total}}{d_{tubo}} \frac{V^2}{2g} + \sum_{i=1}^{n-1} k_i \frac{V^2}{2g} \quad (3.37)$$

Simplificando esta expresión con los criterios establecidos en el caso anterior, sin considerar la pérdida hidráulica de la boquilla, se tiene la siguiente expresión:

$$P_2 = \rho g \left[\frac{n_{bomba} Pot}{\gamma Q_1} + Z_1 - Z_2 - \frac{V_2^2}{2g} - f \frac{L_{total}}{d_{ducto}} \frac{V^2}{2g} - \sum_{i=1}^{n-1} k_i \frac{V^2}{2g} \right] \quad (3.38)$$

Remplazando los valores determinados en la ecuación anterior se calcula la presión real de trabajo en la sección dos $P_2 = 1275523 \text{ Pas} = 18.5 \text{ Psi}$.

3.6 Diseño analítico del difusor convergente divergente

El diseño que se propone busca una impulsión neta de 4 unidades volumétricas por cada unidad volumétrica motriz, estas para las condiciones de operación establecidas en el apartado anterior.

Se explicó que entre los principales problemas de diseño se refieren al tamaño y proporciones de la cámara de mezclado, la distancia entre la boquilla y el difusor y la longitud del difusor, en este apartado plantearemos un prototipo que será optimizado posteriormente mediante la plataforma de simulación.

Se tiene las dimensiones de la boquilla de aceleración el cual genera en la salida una vena contracta de gran velocidad que ingresa al difusor hidrodinámico tipo Venturi.

Se verifica que todas las formulaciones para estimar el rendimiento para equipos Venturi, no consideran el área de la garganta, mientras que *Sanger, N.L. (1970)* presenta la relación 3.28 para equipos Jet Pump y medidores Venturi. Se utiliza esta relación para estimar el área de la garganta en función del diámetro del jet.

Aplicando las condiciones de frontera y operación en la relación 3.28 se identifica un rango de eficiencias en función de D_N / D_T . Por definición matemática la eficiencia máxima se determina igualando a cero la pendiente de la curva $dy / dx = 0$.

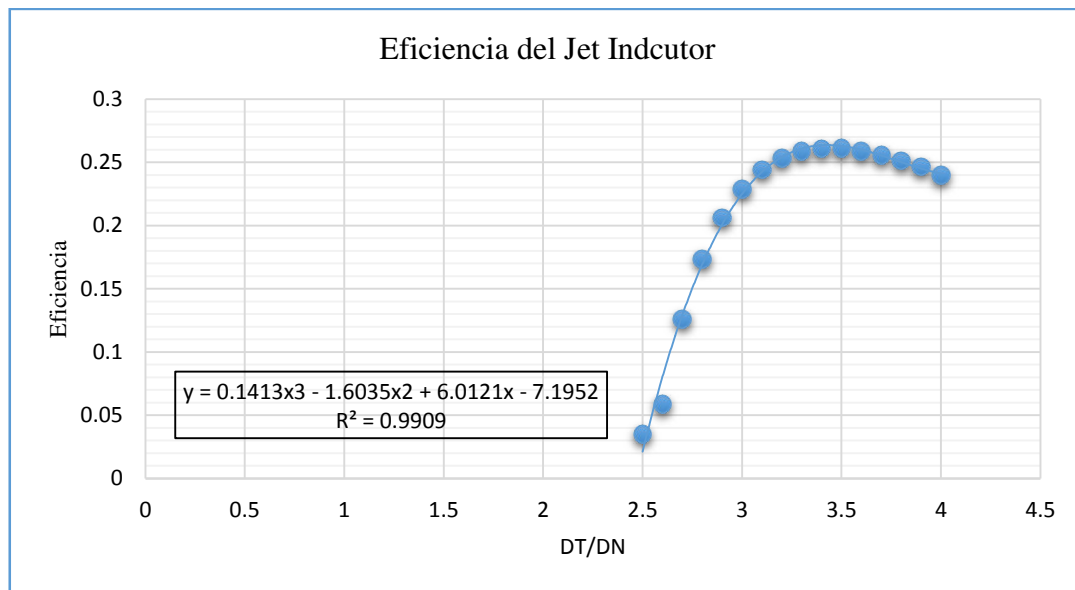


Fig. 3.18 Relación entre la razón de diámetros y la eficiencia, adaptado de Sanger, N.L

Los equipos Jet Pump son bombas de baja eficiencia, menores del 30% [28]. Para las condiciones de operación establecidas, se genera una curva de tendencia esta formulación está en función de la relación geométrica de los diámetros.

$$\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow \frac{D_T}{D_N} = 3.46 \cong 3.5$$

La función polinómica obtenida al realizar el análisis de regresión, estima con buena precisión la relación entre la razón de diámetros y la eficiencia, pudiendo evaluar cualquier otra relación para el rango establecido. El coeficiente de correlación estadística $R^2 = 0.99$ muestra un buen ajuste.

La relación de diámetros se aproxima a 3.5 para fines de construcción en los procesos de mecanizado.

Establecida la relación entre el diámetro D_N y D_T se utiliza la relación de aproximación elíptica de tres radios para la zona de ingreso del difusor de contorno curvo.

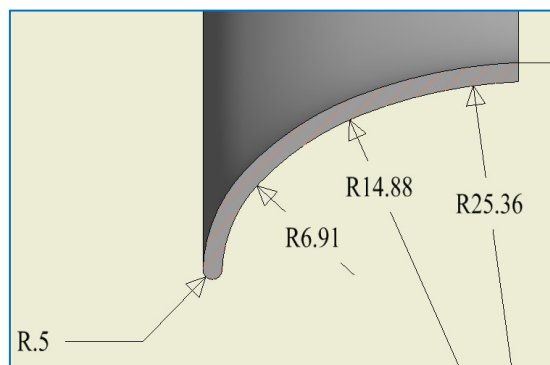


Fig. 3.19 Dimensiones de la sección de contorno elíptico (fuente propia)

Las relaciones geométricas son ajustes de la norma *ANSI/AMCA210* adaptadas para el diseño del perfil elíptico del inductor hidrodinámico. Estas relaciones coinciden con la relación de la figura 3.19 como se muestra a continuación:

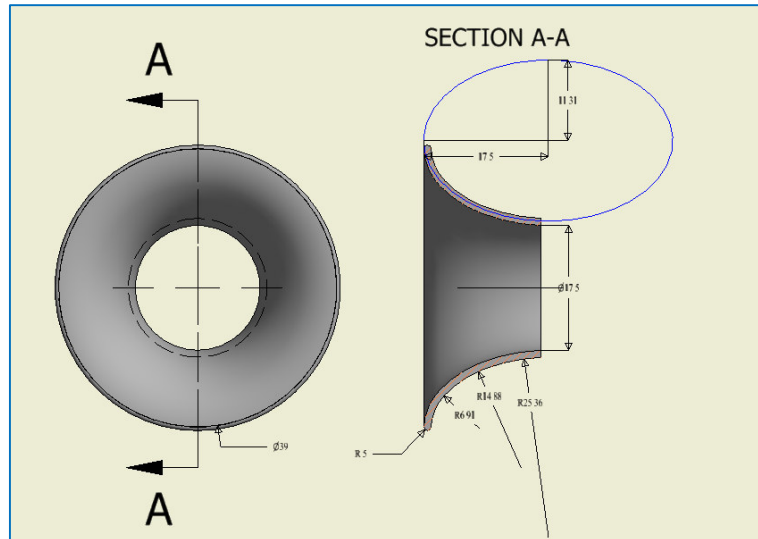


Fig. 3.20 Distribución elíptica del difusor, adaptado de ANSI/AMCA210 (elaboración propia)

La función del difusor divergente de contorno cónico (con ángulo α_2) es convertir la energía cinética de la garganta (determinado por la carga de velocidad $V_T^2 / 2g$) en energía de presión (determinado por la carga de presión P_2 / γ), desacelerando el flujo conforme circula entre la garganta y la sección de salida. El difusor puede ser súbito o gradual, pero el término se usa sobre todo para describir una expansión gradual, el cual genera menos pérdidas hidráulicas por lo que se considera en este trabajo de investigación. Un difusor ideal es aquel en el que no se pierde energía cuando el fluido desacelera. Por supuesto, ningún difusor funciona de manera ideal, por ello se calcula la presión de recuperación real según la expresión basado en la ecuación de Bernoulli propuesta en el libro de mecánica de fluidos por *Robert Mott (2006)*.

$$\Delta P = P_2 - P_s = \gamma \left(\frac{0.935V_T^2 - V_2^2}{2g} \right) \quad (3.39)$$

Es posible modificar esta expresión y expresarlo en función de la longitud del difusor divergente según el siguiente esquema.

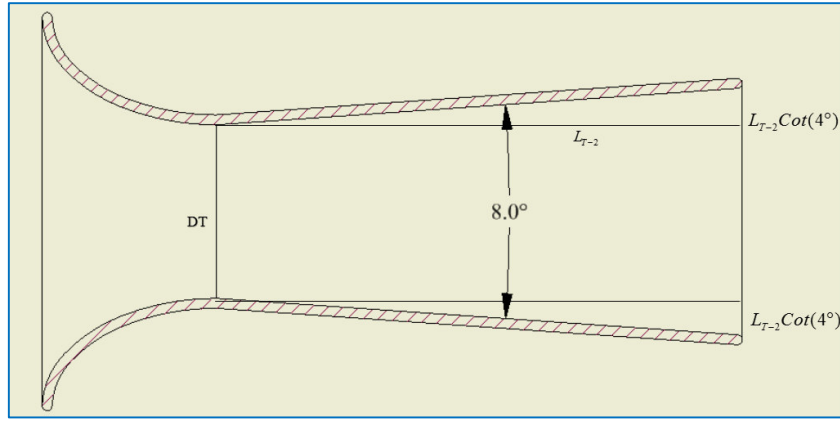


Fig. 3.21 Presión de recuperación en función a la longitud del difusor cónico (elaboración propia)

$$\Delta P = P_2 - P_s = \frac{128\rho}{\pi^2} \left(0.935 \frac{Q_1^2}{D_T^4} - \frac{Q_1^2}{(D_T + L_{T-2} 2Cot(4^\circ))^4} \right) \quad (3.40)$$

El incremento de la presión esta descrita en función a la longitud del difusor de sección cónica. El incremento se evaluará para las longitudes de 1 cm a 20 cm . Se considera la longitud límite cuando el error de valores consecutivos evaluados tienda a 10^{-4} .

Se busca identificar la longitud óptima para la presión de recuperación, es decir al sobrepasar la longitud límite no se genera incrementos de la presión de recuperación apreciable, por el contrario el sistema incrementa las perdidas hidráulicas por fricción.

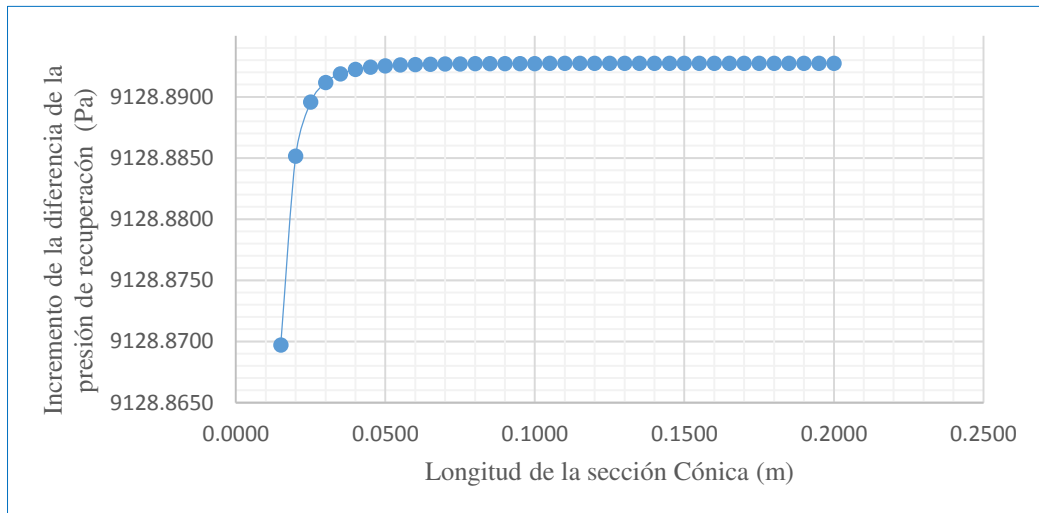


Fig. 3.22. Evolución de la presión de recuperación en función de la longitud del cono

Para $L_{T-2} = 5.3\text{ cm}$ se verifica que el error relativo es del orden de 10^{-4} por lo que se tomará como longitud límite. Si se considera longitudes mayores a este, se verifica el inminente incremento de la pérdida hidráulica por fricción entre el flujo y las paredes del difusor hidrodinámico tipo Venturi, y a la vez se incrementa la pérdida de energía por descarga en la zona de salida, puesto que, al incrementarse el área, se espera una recirculación por efectos de succión. Adicional a las pérdidas hidráulicas descritas se verifica la generación de vórtices en la sección de salida durante las pruebas de ensayo.

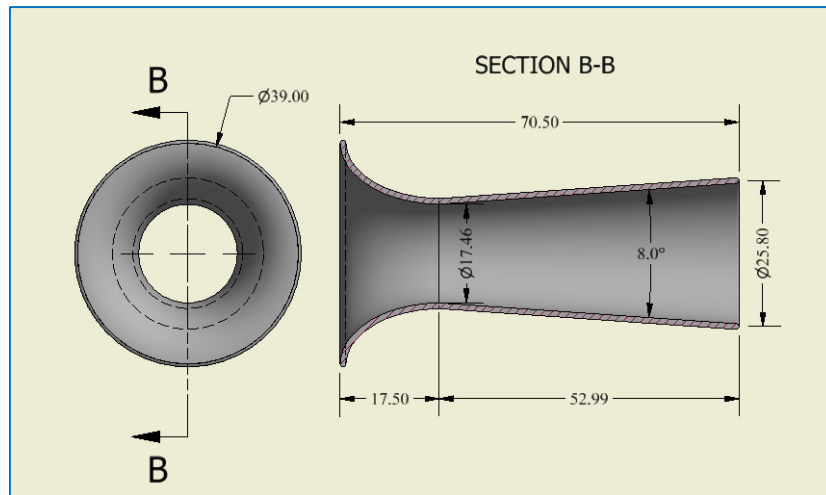


Fig. 3.23 Dimensiones básicas del difusor hidrodinámico tipo Venturi (elaboración propia)

Para una altura de sumergencia de 10cm se puede determinar la presión de succión en la garganta del inductor hidrodinámico tipo Venturi utilizando la expresión 3.7 se tiene.

$$P_s = P_{atm} + \gamma \left(S_m - \frac{V_T^2}{2g} \right) = 90737.95 \text{ Pa}$$

Calculando el NPSH del sistema inductor hidrodinámico se tiene que.

$$NPSH = \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} - \frac{P_{vapor}}{\gamma} = 19.56 \text{ m}$$

En el ábaco 3.6 se estima el factor de eficiencia para el inductor hidrodinámico mediante el NPSH. Se verifica que para él $NPSH \geq 8.5$ los valores de la eficiencia son $\xi_i = 0.99$.

Calculando la carga de operación, la carga en la descarga y la relación R_H .

$$H_{op} = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} = 13.82 \text{ m}$$

$$H_{de} = \frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_s}{\gamma} = 0.92m$$

$$R_H = \frac{H_{op}}{H_{de}} = 15$$

$$R_w = \xi_i \sqrt{R_H} - 1 = 2.91$$

3.7 Consideraciones adicionales de funcionamiento y operación

En este apartado se analizará las condiciones de operación y los fenómenos incidentiales que perjudican el buen funcionamiento del inductor hidrodinámico tipo Venturi. Estos fenómenos son la generación de vórtices en la zona de succión.

3.7.1 Generación de vórtices.

Cuando la masa de agua por encima del inductor hidrodinámico presenta una rotación en la dirección de la gravedad la cual es un eje perpendicular al plano del espejo de agua provocado por la diferencia de presiones y una perturbación, aparecen diversas fuerzas reales que generan un paulatino hendidura del espejo de agua sobre la parte superior del jet inductor, formándose un “embudo” donde la parte central se encuentra a menor altura que la zonas más alejadas [58].

Si el agua aumenta de nivel respecto al eje axial del Jet, se puede apreciar que la cinemática del remolino se va aminorando y la profundidad del vórtice disminuye en función de la altura $H = S_m$ debido a la pérdida de energía generada por las fuerzas viscosas o fuerzas friccionales.

El espejo de agua en equilibrio estático bajo la actividad de la fuerza gravitacional es plana y es perpendicular a las fuerzas en la dirección de la gravedad, esto debido a la tendencia del agua a presentar la “mínima energía potencial”

Cuando se genera el menisco para la vorticidad, en la superficie libre del agua, la cual no es plano debido al movimientos circulares (esta con una velocidad angular respecto al eje z en la dirección de la fuerza gravitatoria) esto debido a que en cada elemento de partícula de agua actúa la aceleración de la gravedad junto a la fuerza centrípeta, modificando las condiciones de equilibrio. Esta nueva condición de equilibrio por encima del inductor hidrodinámico nos lleva a formar un vórtice.

El vórtice formado por la rotación del agua sobre el inductor, en la dirección de la gravedad (dirección z) en dos dimensiones puede ser considerada un movimiento rotacional por su simetría axial, pudiéndose utilizar coordenadas cilíndricas (r, θ) , donde

la distancia al eje de giro es r . Tomando la variable dependiente en la coordenada z y aplicando la ecuación de continuidad $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ obtenemos que V es solo función de la distancia al eje de rotación r . La velocidad V será libre del tiempo t , para el caso de un vórtice no transitorio o dependiente del tiempo, el cual en ese caso se habla de un vórtice transitorio, esto dependerá si modificamos el nivel de agua en el banco experimental o permanece constante. Las formulaciones bidimensionales de la cinemática rotacional de un fluido uniforme e incompresible (para el agua se tiene una densidad constante), son las formulaciones de Euler que presentan la variación de presiones en un fluido estacionario, y las formulaciones de Navier-Stokes que presentan la alteración de la cinemática en un fluido transitorio bajo la acción de “fuerzas de cizalla” en fluidos viscosos. Aplicando la ecuación general de la hidrodinámica en el plano circular en donde se verifica una variación de presión transversal por efecto de la fuerza centrípeta suficiente para sostener el fluido en una tendencia rotacional [34].

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{V^2}{r} \quad (3.41)$$

También se verifica una variación de presión en la dirección del eje z en el interior del agua debido a la fuerza gravitacional, en toda espira de radio r , normal a la fuerza centrífuga o fuerzas de inercia, rige la ley hidrostática siendo ε_m la cota desde la superficie libre del remolino hasta el eje general de referencia generado por el Jet.

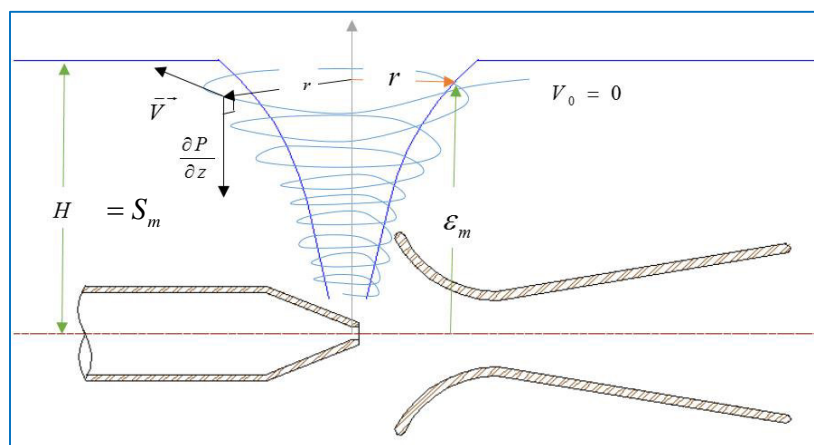


Fig. 3.24 Formación de vórtices por efecto de succión e intercambio de cantidad de movimiento [59]

Siendo ε_m la cota de la superficie libre del remolino, la cota piezométrica es solo función del radio, puesto que aplicando la ecuación general de la hidrodinámica respecto a un eje vertical tendríamos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho g \quad (3.42)$$

$$z + \frac{P}{\gamma} = \varepsilon_m \quad (3.43)$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli desde algún punto “no perturbado” con altura $H = S_m$ hasta el punto donde la velocidad es V , a la distancia r del eje del remolino, se obtiene la relación [34].

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = S_m \quad (3.44)$$

Se verifica que cuando no se altera la profundidad de sumergencia la altura S_m y la distancia z son constantes, derivando respecto al radio de la espira y simplificando según las formulaciones expuestas queda $V r = k$. Modificando la expresión anterior $V^2 = k^2 / r^2$. Reemplazando en la ecuación de Bernoulli queda:

$$\varepsilon_m = S_m - \frac{k^2}{2gr^2} \quad (3.45)$$

Esta permite trazar la forma de la superficie libre, pues relaciona ε_m con r , en la zona superior en que las trayectorias se pueden considerar horizontales.

De la formula general de la hidrodinámica aplicado para una sección vertical, se verifica que, cuanto menos es la presión en el ingreso del inductor hidrodinámico, se incrementa la posibilidad de generarse meniscos de vorticidad. Por lo expuesto se puede inferir que la formación del menisco de vorticidad está relacionado directamente a la energía cinética desarrollada en la vena contracta de velocidad V_N [59]

$$S_m \sim \frac{V^2}{2g}$$

3.7.2 Altura de sumergencia

La altura de sumergencia varía durante la operación, pudiendo ser lo suficientemente pequeña para generarse vórtices y el inminente ingreso de aire al sistema, por ello es importante la determinación de la altura de sumergencia mínima.

Los impactos negativos por la generación de vórtices durante los procesos de impulsión de agua son considerables. Existen sistemas que no toleran la generación de vórtices, por ejemplo, si se trata de una bomba de agua de enfriamiento de la torre de refrigeración de un ciclo térmico, el ingreso de burbujas generaría la caída de la eficiencia del intercambio térmico necesario, algo relevante para el ciclo termodinámico, por lo que para este trabajo de investigación se deberá tener especial cuidado la generación o el ingreso de burbujas.

El ingreso de aire sobre los sistemas de impulsión genera cavitación (degradación estructural) No obstante, para la utilización de los inductores hidrodinámicos tipo Venturi, la altura de sumergencia deberá garantizar la no formación de vórtices sobre el espejo de agua. La firma japonesa MITSUBISHI, realizó pruebas experimentales de diferentes campanas de succión para bombas verticales, con el propósito de estudiar la generación de vórtices concluyendo en la siguiente expresión

$$S_m = \frac{V^2}{2g} + 0.1 \quad (3.46)$$

En la expresión anterior V es la velocidad de ingreso hacia la tubería de succión. La fórmula expuesta anteriormente para la sumergencia mínima S_m es ampliamente aceptada por su configuración práctica, por su parte la firma *MITSUBISHI* mediante análisis experimental clasificó en tres tipos la formación de los vórtices, siendo vórtices de primera, segunda y tercera clase, como se muestra en la siguiente imagen de izquierda a derecha.

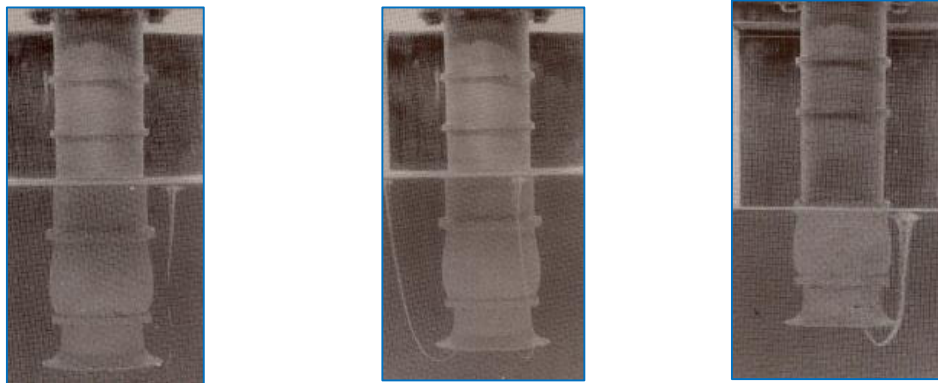


Fig. 3.25 Formación de vórtices de: primera, segunda y tercera clase respectivamente. [28]

Otros laboratorios proponen ciertos modelos analíticos con lo que buscan eliminar los vórtices de primera clase, según la *American National Standard for Pump Intake Design, ANSI/HI 9.8 (1998)*, propone la relación.

$$\frac{S_m}{d_{ducto}} = 1.0 + 2.3 \frac{V^2}{\sqrt{gd_{ducto}}} \quad (3.47)$$

Para este trabajo de investigación se propone modificar las expresiones anteriores para el cálculo de la sumergencia mínima (S_m). Mediante la aplicación del coeficiente de sumergencia \wp

$$S_m = \wp \frac{V^2}{2g} \quad (3.48)$$

$$\frac{S_m}{d_{ducto}} = 1.0 + \wp \frac{V^2}{\sqrt{gd_{ducto}}} \quad (3.49)$$

Para identificar el coeficiente de sumergencia adecuado se iniciara desde una profundidad mínima hasta una altura que se inicia la generación de vorticidad con las características de primera clase

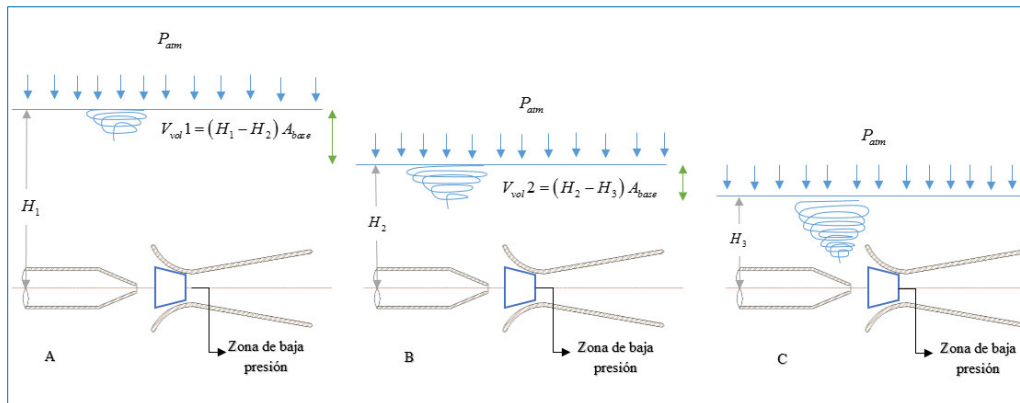


Fig. 3.26 Relación de las alturas de sumergencia con la formación de los tipos de vórtices.

En la figura anterior se verifica la clasificación de la formación de la vorticidad. En la sección “A” se presenta la formación de vórtices de primera clase, siendo tolerable por el sistema por la nulidad de ingreso de aire hacia el sistema, esta clase de vórtices no representan mayor peligro. En la sección “B” se verifica la formación de vórtices de

segunda clase, H_2 es la altura mínima de sumergencia; la altura de operación no deberá ser menor a esta altura. En la sección “C” la altura H_3 está por debajo de la altura mínima de sumergencia por ello el ingreso de aire hacia el sistema por la formación de vórtices es inminente, y por ende peligroso para los sistemas de bombeo. La determinación de la altura de sumergencia se realizara mediante un análisis experimental.

CAPÍTULO 4

4.0 SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL INDUCTOR HIDRODINÁMICO

En esta sección se presenta los pasos para la simulación del inductor hidrodinámico tipo Venturi. Se inicia mediante el diseño de la geometría CAD, luego se realiza la discretización del volumen de control para luego definir los modelos físicos y condiciones de borde, y posteriormente la convergencia del modelo. Para finalizar se mostraran las apreciaciones para efectuar el control y monitoreo de la simulación no transitoria.

4.1 Geometría CAD del difusor hidrodinámico

Durante el desarrollo de la metodología de diseño, se establecieron parámetros independientes de operación, estos se introdujeron en el modelo analítico para estimar las relaciones geométricas adecuadas, logrando determinar el modelo de mayor eficiencia para procesos de barrido de material particulado. Se muestra el detalle geométrico del inductor hidrodinámico tipo venturi.

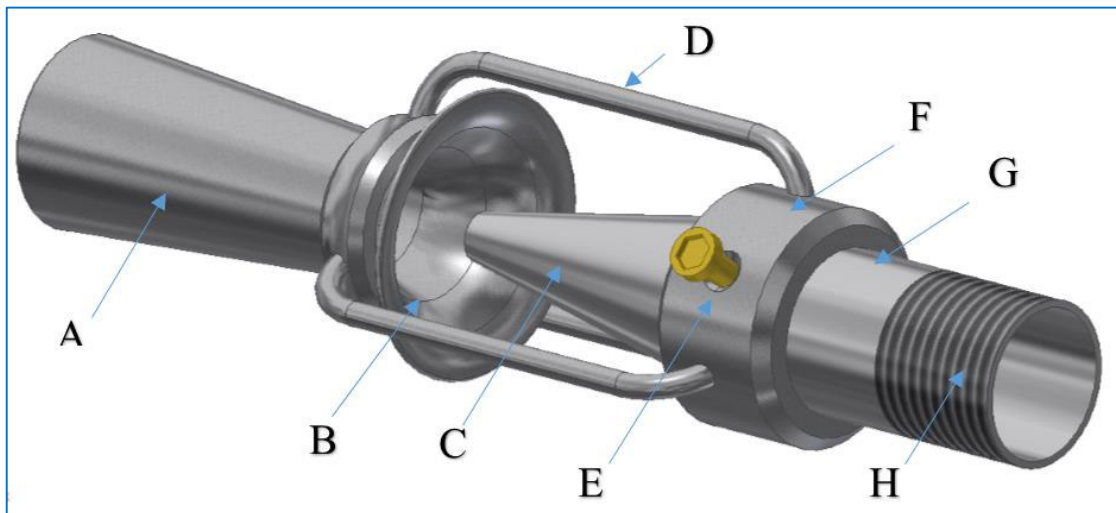
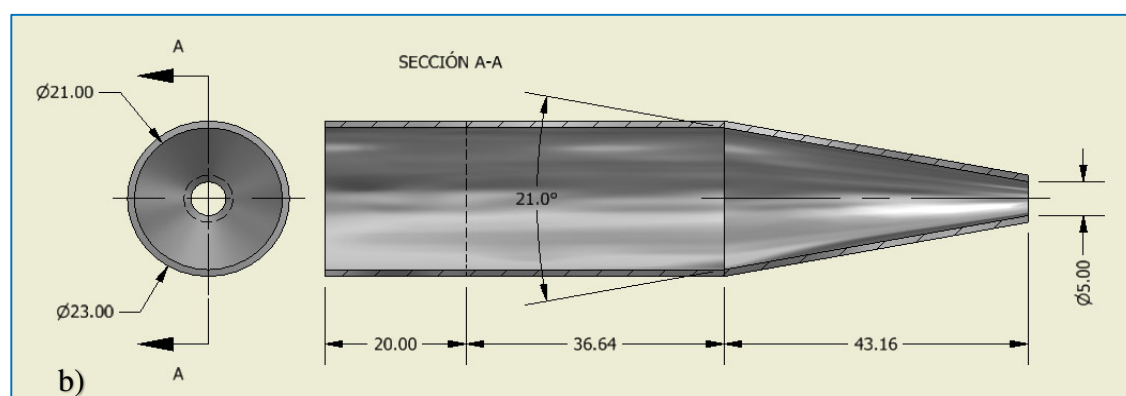
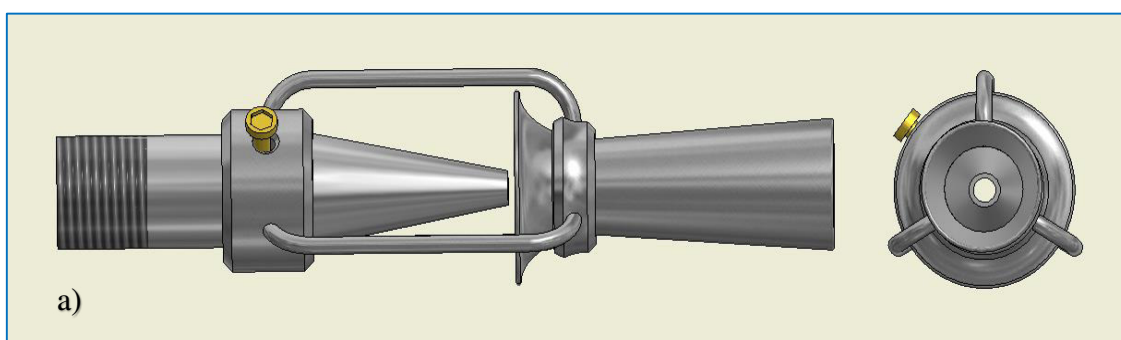


Fig. 4.1 Ensamble CAD del inductor hidrodinámico tipo Venturi (elaboración propia)

ITEM	DESCRIPCIÓN
A	Difusor de contorno cónico
B	Campana de contorno elíptico
C	Boquilla de aceleración de flujo
D	Soporte
E	Fijador por ajuste
F	Bocina
G	Tubería ¾"
H	Rosca macho M24x2

Tabla 4.1. Partes del ensamble del inductor hidrodinámico

A continuación se muestra detalles geométricos del inductor hidrodinámico.



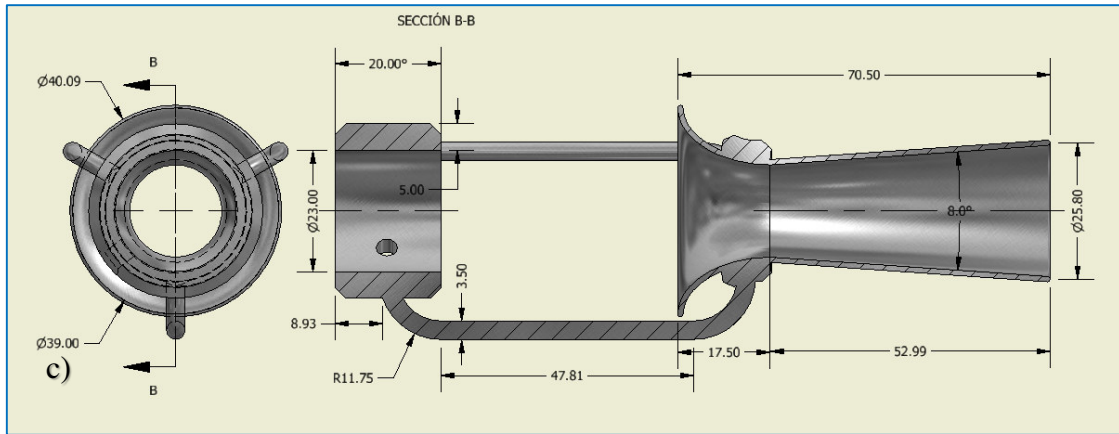


Fig. 4.2 Detalles del inductor hidrodinámico tipo Venturi con dimensiones principales (en mm)
a) vista frontal y perfil b) dimensiones de las figura “a” c) dimensiones totales (elaboración propia).

4.2 Delimitación del volumen de control

Para realizar la simulación del inductor hidrodinámico tipo Venturi, se agrega una longitud de tubería antes del jet inductor y una sección de desarrollo aguas abajo. Para definir las dimensiones de esos tramos (A, B y C) es necesario analizar las propuestas usadas en distintos estudios desarrollado en base a estudios teóricos y experimentales, la cual se muestra en la tabla 4.2 (Véase detalles anexo pg.195)

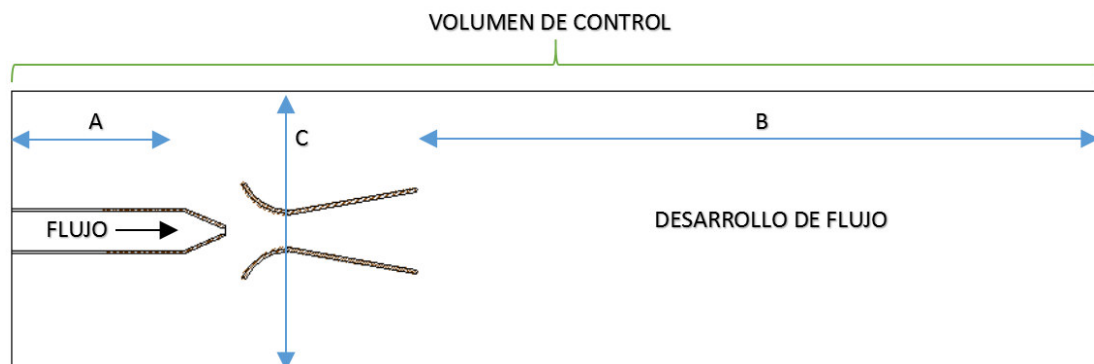


Fig. 4.3 Dimensiones características del volumen de control (elaboración propia)

La naturaleza de los fenómenos para flujos libres es diversa por ello diferentes autores presentan ciertas recomendaciones para la selección del volumen de control adecuado para realizar simulaciones, los resultados más importantes se muestran a continuación.

AUTORES		ESTUDIO	DIMENSIONES		
			A	B	C
1	ANSI ISA-S75.02-1996 [37]	Experimental	20D	7D	-
2	Henderson [38]	Simulación - experimental	60D	15D	10D
3	Chaiworapuek [39]	Simulación - experimental	1D	14D	7D
4	Jeon [40]	Simulación - experimental	2D	6D	-
5	Del Toro [41]	Simulación - experimental	2.5D	12D	-
6	Prema [42]	Numérica	2D	6D	-
7	Dawy [43]	Numérica	2D	15D	-
8	Guan Song [44]	Numérica	8D	10.2D	-
9	Vakili-Tahami [45]	Numérica	2D	6D	-

Tabla 4.2 Dimensiones de banco de ensayo por diferentes autores

El modelo CAD para la estimación numerica considera solamente los cuerpos ocupados por el líquido lo que quiere decir la parte interna del ducto y la zona del desarrollo de flujo sin considerar la sección solida del inductor hidrodinámico. Las dimensiones de las secciones de soporte del difusor hidrodinámico se simplifican (véase figura 4.1), debido a la poca implicancia con el rendimiento del sistema, así eludir discretizaciones complicadas en dicha sección. Estas simplificaciones se realizan en la plataforma ANSYS Design Modeler. Donde posteriormente se extraerá el volumen de control donde se simulara el modelo numérico. La selección de las longitudes de ingreso, salida y desarrollo lateral “A”, “B” y “C” se seleccionan con buen criterio en base a dos conceptos fundamentales: Costo computacional e inalterabilidad del flujo en desarrollo. Para la sección de ingreso “A” se toma en cuenta la distancia $2D$, donde D es el diámetro hidráulico de la tubería de alimentación 3/4" propuesto por: Jeon [40], Prema [42] y Vakili-Tahami [45].

La sección “B” se considera la longitud de mayor desarrollo (teniendo en cuenta el costo computacional que implica el incremento de esta sección), igual a $14D'$ donde D' es el diámetro de ingreso del difusor de contorno elíptico por ser la zona de perturbación en zona abierta. Para la sección de desarrollo lateral “C” se considera $10D'$ como sustenta Henderson [38] para análisis numérico y experimental.

DIMENSIONES (mm)		
A	B	C
42	546	195

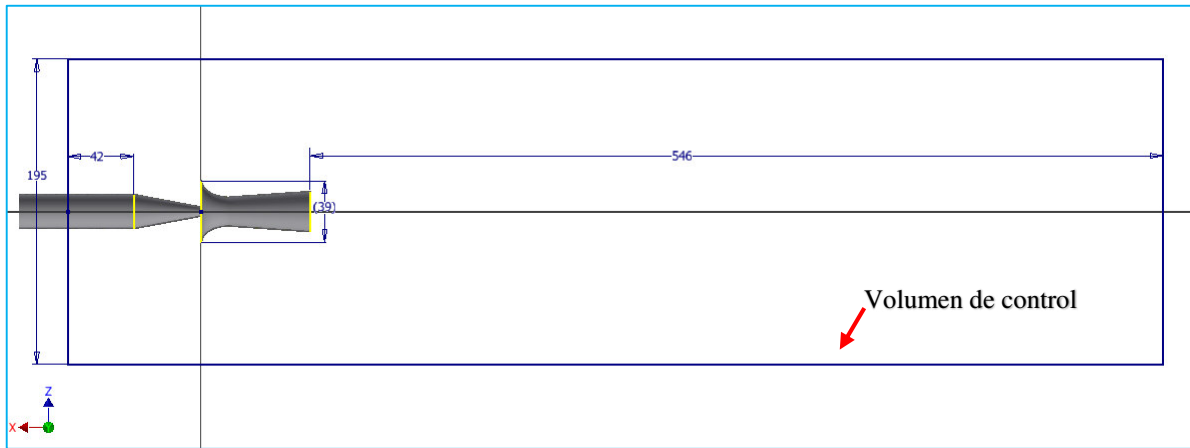


Fig. 4.4. Dimensiones del volumen de control. (elaboración propia)

Delimitado el volumen de control, se diseña el dominio mediante operaciones booleanas en la plataforma de diseño ANSYS Design Modeler, el volumen de control comprende la zona ocupado por el agua, extrayendo las zonas ocupadas por los sólidos.

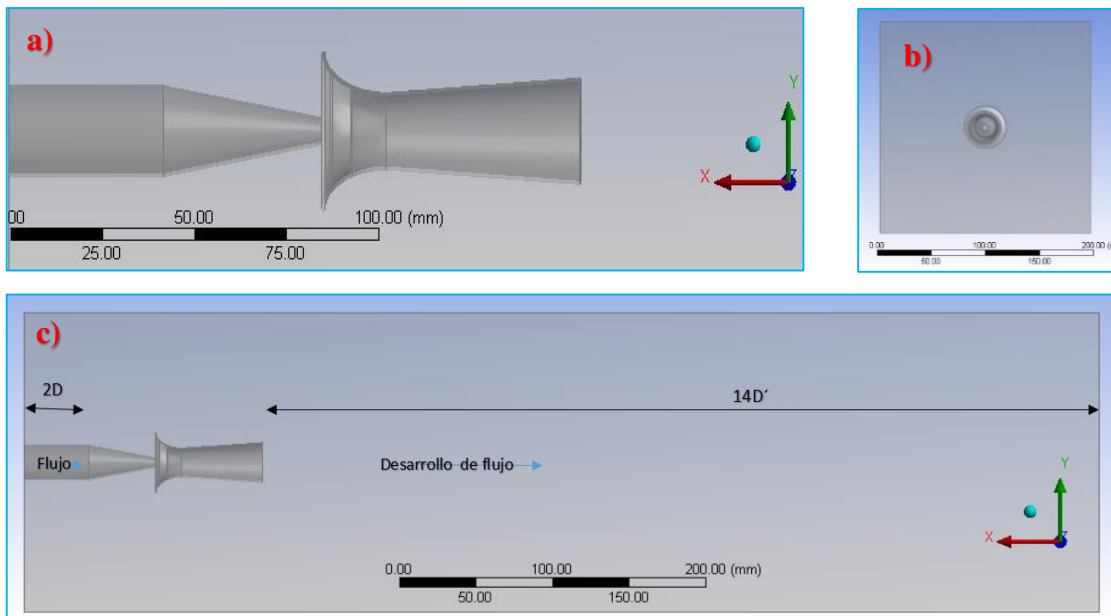


Fig. 4.5. Dimensiones en Ansys Cfx 17.0 del volumen de control. a) Vista del inductor. b) vista frontal del inductor. c) vista general y relaciones de longitudes características.

4.3 Condiciones de borde para proceso de simulación numérica

Las secciones de borde o de contorno se agrupan con nombres definidos para la simplificación en el proceso de asignar propiedades o realizar lectura de resultados.

La nomenclatura de las condiciones de borde es reservada para el reconocimiento automático por la plataforma de simulación.

Los valores que corresponden a las condiciones de contorno, responden a un modelo analítico propuesto. Para este trabajo de investigación las condiciones de borde se tomarán del modelo teórico elaborado en el capítulo de diseño hidráulico del inductor hidrodinámico tipo Venturi.

En la plataforma de simulación ANSYS Cfx 17.0 se identifican cinco zonas límites, estas son fronteras en las que se establecerá las condiciones de borde.

A continuación especificaremos las fronteras con las que se trabajará la simulación para la simulación de inductor hidrodinámico tipo Venturi.

- **Inlet (Ingreso del flujo al sistema):** Esta región permite el ingreso de fluido proporcionado por un agente externo. Esta sección no permite la recirculación de las líneas de corriente. Se debe seleccionar la sección con menor incidencia por perturbación de la corriente que se genere aguas abajo.

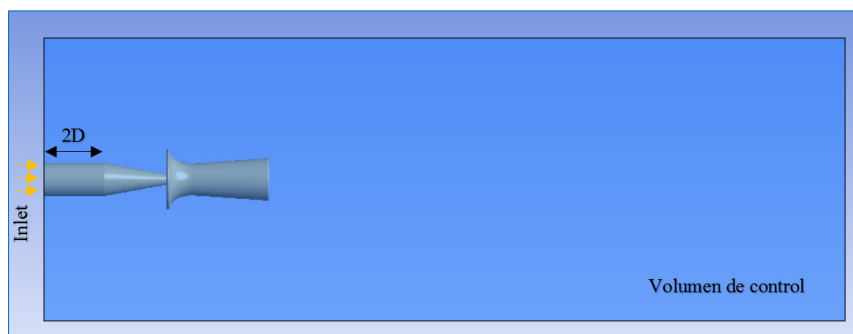


Fig.4.6. Sección de ingreso de gasto másico

- **Opening (límite imaginario sin restricción a la recirculación de flujo):** Es una frontera imaginaria que puede cumplir la función para salida de flujo (Outlet). La importancia de la selección de esta frontera radica en el desconocimiento del comportamiento de las líneas de corriente aguas abajo ya que no restringe el ingreso de las líneas de corriente, generados en una posible recirculación.

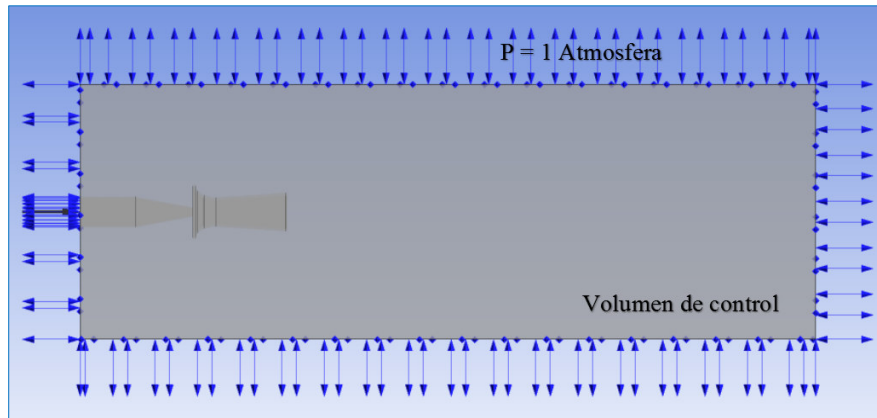


Fig.4.7. Condición de borde para la salida de flujo (Opening)

- **Wall (límite rígido):** Sección rígida dentro del volumen del dominio. Esta sección restringe o confina las líneas de corriente. Este límite es conocido como pared o sólido. Para este trabajo de investigación la frontera será las paredes del inductor hidrodinámico tipo Venturi.

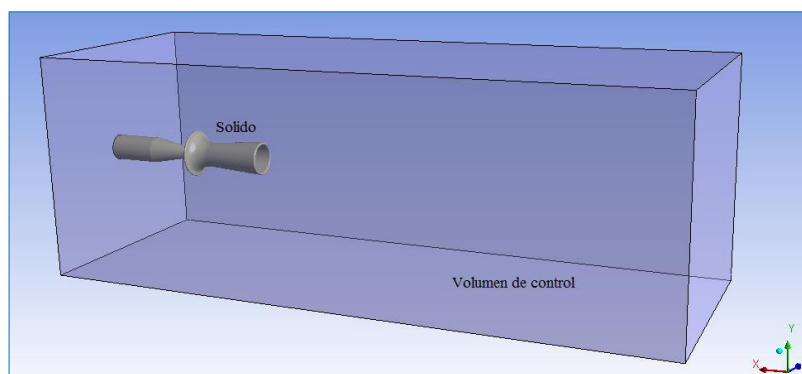


Fig.4.8. Región sólida del volumen de control.

- **Symmetry (plano de simetría en el dominio):** Esta sección de corte imaginario es una división de simetría. Se utilizará para generar un ahorro computacional durante la evaluación numérica del inductor hidrodinámico. Se utiliza siempre y cuando exista simetría del comportamiento fluido dinámico.

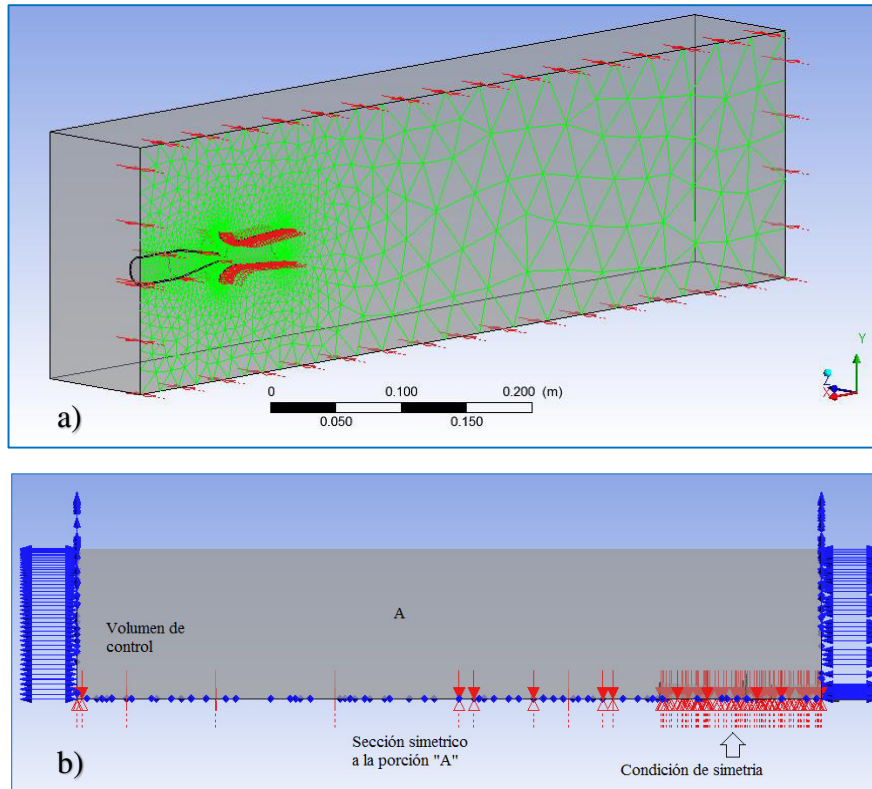


Fig.4.9. Región de simetría, los fenómenos fluido dinámicos separados por esta región son exactamente idénticas, a) Vista isométrica b) vista de planta del volumen de control.

4.4 Discretización del dominio para simulación numérica

Luego de delimitar y obtener el espacio CAD del volumen de control, se continua a realizar la discretización del mismo en la plataforma de simulación ANSYS MESHING 17.0 Debido a las complejas formas de la sección de contorno elíptico, la discretización consiste en tetraedros (malla no estructurada) para el núcleo turbulento y prismas definidas en las zonas cercanas de las regiones solidas (malla estructurada). La discretización final del volumen de control se obtiene mediante proceso de mallados iterativos mediante múltiples simulaciones, esto se define según la calibración de modelo de simulación, siendo este análisis el criterio de la “independencia de la malla”.

El mallado final de la estimación numérica estará limitada por la cantidad máxima de elemento. Esto debido a que la capacidad de los procesadores con la que se cuenta es limitada no pudiendo superar los 11 millones de elementos. Por ende el ahorro del costo computacional es un indicador de suma importancia, donde se realizara el refinamiento más detallado en las zonas de altos gradientes como las paredes del inductor o lóbulo de mezcla; mientras que un mallado más grueso en las zonas del núcleo turbulento.

Por otro lado se deben determinar las “condiciones de los elementos de malla” para el contorno tipo pared. En este trabajo de investigación se analizará la caída de la presión a través de la boquilla de aceleración y el análisis de la presión de recuperación en la zona de contorno cónico para el difusor, la discretización en las fronteras tipo pared es una distribución estructurada, adecuado por 5 o más componentes estructuradas prismáticas, las cuales modifican su espesor a medida que se alejan de la frontera sólida. Este proceso de refinamiento denominado “inflation” el valor del parámetro y^+ deberá ser al menos 30 para la primera sección de malla para que las “funciones de pared” de la formulación turbulencia $K-\varepsilon$ sea válida. Por lo tanto para estimar la dimensión del primer elemento de discretización se tiene mediante la expresión $y^+ = 30$ [17]

Para el análisis CFD CAE-DEM es importante iniciar de una discretización convergida y “suficientemente refinada” a fin de estimar soluciones aproximadas a los fenómenos reales. Para este trabajo de investigación la discretización se realiza mediante la plataforma computación ANSYS MESHING 17.0. Especificando el cálculo para determinar la primera altura de la malla para la capa límite.

Para el ducto de alimentación.

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{0.767 \times 0.021}{1.13 \times 10^{-6}} = 14253.98$$

$$C_f = 0.058 Re^{-0.2} = 0.058 \times 14253.98^{-0.2} = 8.56 \times 10^{-3}$$

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho V^2 = \frac{1}{2} 8.56 \times 10^{-3} \times 1000 \times 0.767^2 = 2.5178 \frac{Kg}{ms^2}$$

$$U^+ = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2.5178}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} = 5.017 \times 10^{-2}$$

$$y = \frac{y^+ \nu}{U^+} = \frac{30 \times 1.13 \times 10^{-6}}{5.017 \times 10^{-2}} = 0.67 mm$$

Para el difusor hidrodinámico tipo Venturi, se toma como referencia la velocidad desarrollada en la zona de la garganta de este.

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{4.25 \times 0.0175}{1.13 \times 10^{-6}} = 65818.58$$

$$C_f = 0.058 Re^{-0.2} = 0.058 \times 65818.58^{-0.2} = 6.306 \times 10^{-3}$$

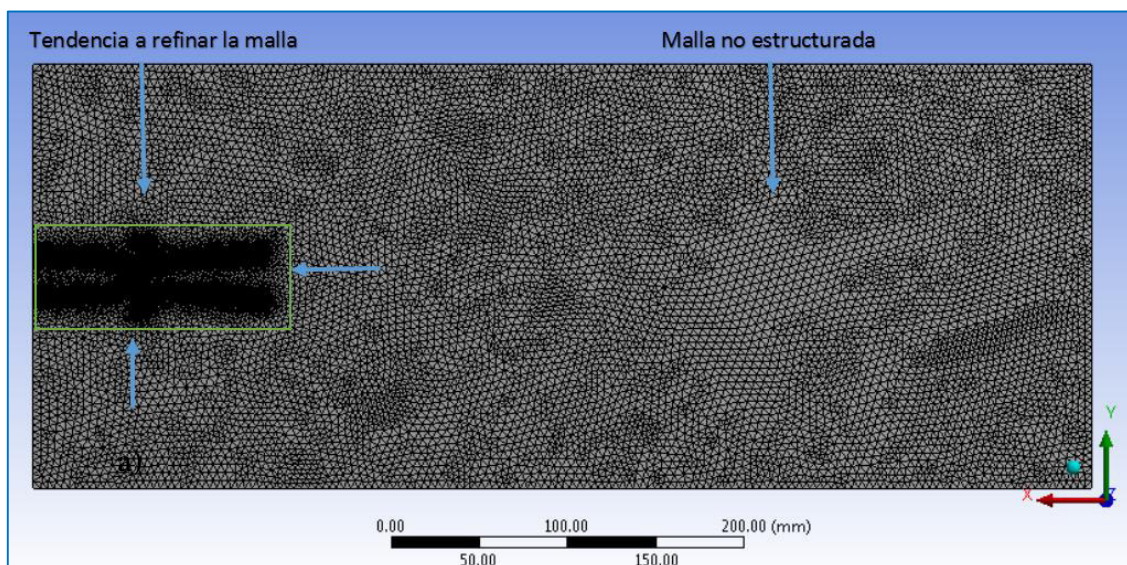
$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho V^2 = \frac{1}{2} 6.306 \times 10^{-3} \times 1000 \times 0.767^2 = 56.95 \frac{Kg}{ms^2}$$

$$U^+ = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2.5178}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.2386 \times 10^{-2}$$

$$y = \frac{y^+ \nu}{U^+} = \frac{30 \times 1.13 \times 10^{-6}}{0.2386 \times 10^{-2}} = 0.2 \text{ mm}$$

Para conseguir una buena calidad de malla para el volumen de control, se tendrá que sustentar una buena relación de aspecto (“máximo aspect ratio”) de la discretización, esta deberá ser inferior a 100 (análisis expuestos en este trabajo de investigación) y la mayor distorsión (“máximo Skewness”) tendrá que ser inferior a 0.95 [17].

Una discretización que simula el comportamiento “real” es aquel con refinamiento infinito, o mínimamente hasta las escalas de Kolmogorov [45], las cual no es posible puesto que el tiempo de espera es finito, otro motivo es la capacidad del procesador computacional; entonces la discretización se inicia con una cantidad apropiada de elementos luego se ira refinando sucesivamente, hasta determinar que la alteración de un parámetro sea menor al 1.5%, lo que se denomina como “independencia de malla” [17]. En este trabajo de investigación se trabaja con tres refinamiento de mallas (Gruesa, Media y Fina) con las mismas condiciones de contorno, pero con un proceso de discretización iterativa, determinando el mallado más adecuado para así realizar los estudios de interés.



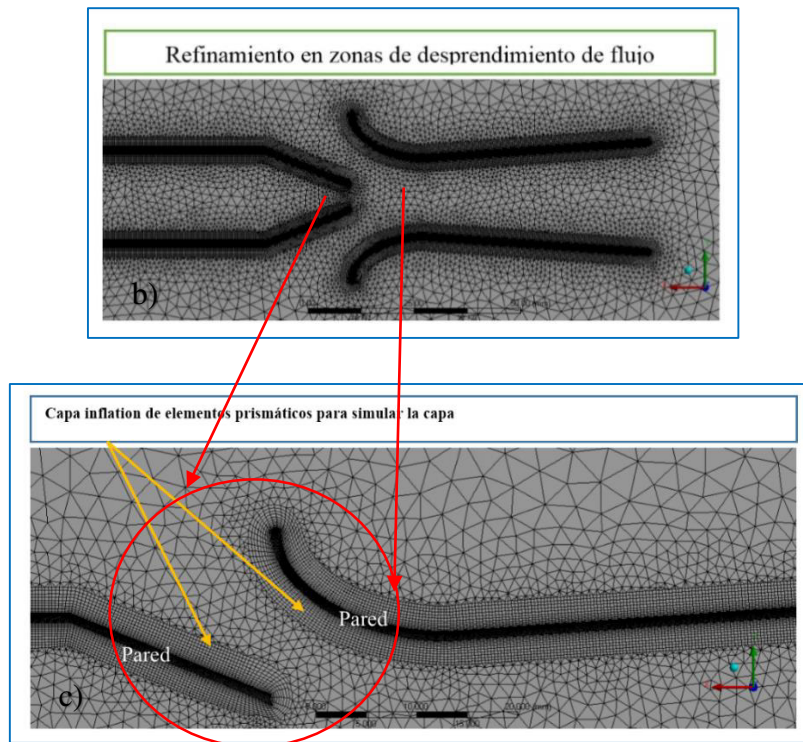


Fig.4.10. Mallado del volumen del dominio analizado. a) Malla no estructurada. b) refinamiento en regiones cercanas a la seccion solida mediante el “Inflation”, c) Vista de malla estructurada para la región de capa límite (elaboración propia)

En la siguiente tabla se presenta los valores estadísticos de las desratizaciones generadas. Las discretizaciones presentan una forma conveniente, una condición dentro de los márgenes aceptados y la cantidad de elementos es menor al sustentado inicialmente para el procesador, por lo que las discretizaciones podrán ser estimadas con efectividad. Posteriormente se analizara la convergencia de esta discretizacion.

MALLA	Configuracion de elementos	N° de elementos	N° de nodos	Máximo Skewness	Máximo Aspect Ratio
Gruesa	Tetraedros y Prismas	8804456	2516368	0.89	14.451
Media	Tetraedros y Prismas	9668949	3019862	0.89	16.51
Fina	Tetraedros y Prismas	10241058	3294776	0.90	13.558

Tabla 4.3. Estadísticas de los elementos de control.

4.5 Modelos físicos, condiciones de borde y control de la simulación

Cada discretización del volumen de control evaluado se traslada a la plataforma de ANSYS CFX-Pre procesamiento para establecer los fenómenos físicos a estudiar, pudiendo ser estos: condiciones de frontera, esquemas discretizados del término advectivo y las variables para monitorear la ejecución de cada evaluación numérica. Se define que el fluido a simular es el agua y que la naturaleza de la estimación es no transitorio. La limitación a un modelo transitorio es por la capacidad del ordenador, debido al número de iteraciones que se tiene que efectuar [5].

De las estimaciones analíticas formuladas en este trabajo de investigación se tomará el valor de la presión, este será ingresada como parámetro de borde, por lo tanto todos los valores y resultados referidos a la presión estarán referidos a la presión de borde.

Para la estimación numérica se optará por el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ el cual presenta soluciones más robustas para el fenómeno de estudio. Para las condiciones de frontera se establecen cuatro parámetros: “Inlet”, “Opening”, “Wall” y “Symmetry”. La condición Inlet se aplica en la superficie de ingreso y para esta frontera se elige a la presión como condición de borde. La presión que se incluye es el calculado durante el proceso de diseño del modelo hidráulico (véase sección 3.5.3). Para la condición de borde “Opening”, se define a la presión atmosférica como parámetro de borde, el valor de la presión en dicha frontera es 101325 Pa (14.69Psi), debido a que se considera la presión total. La frontera “Wall” se aplica a los límites sólidos del inductor (acelerador de flujo y difusor hidrodinámico) donde se cumplirá la condición básica de no deslizamiento ejercido por la capa de agua junto al sólido, se asumirá una pared lisa esto debido al buen maquinado desarrollado por la manufactura del inductor hidrodinámico.

La frontera “Symmetry” se aplicará a una sección plana de simetría, aclarando que el fenómeno de estudio es idéntico en ambas zonas respecto al plano especificado.

Se optará el valor de 10^{-4} para los residuales RMS. Además que los “desequilibrios de las variables de flujo” estarán por debajo de 1.0% [17]. De no cumplirse las condiciones anteriores la estimación numérica se detendrá con la cantidad de iteraciones la cual fue establecida por el usuario. La velocidad en el ducto de alimentación deberá ser similar al calculado durante el diseño hidráulico del módulo experimental.

1	Análisis general		
	a	Tipo de análisis	Estacionario
2	Características físicas y condiciones de frontera		
	a	Tipo de dominio	Fluido
	b	Material	Agua
	c	Presión de referencia	14.69 Psi
	d	Densidad	1000 Kg/m ³
	e	Modelo de turbulencia	SST / K-ε
	f	Temperatura de evaluación	22° C
	g	Valores iniciales	Presión calculado
	h	Condiciones frontera	Inlet: presión calculado 127552.99 Pa. Opening: Presión Atmosférica 101325 Pa. Walls: Pared Liso y con condición de "no deslizamiento" Symmetry: Simetría en la cara del mismo nombre.
3	Otros parámetros		
	a	Esquema advectivo	High Resolution
	b	Turbulencia numérica	High Resolution
	c	Control de la escala temporal.	Physical timescale
	d	Criterio para finalizar la simulación	RMS<10 ⁻⁰⁴ y/o 500 Iteraciones.

Tabla 4.4. Parámetros de la simulación estacionaria para la malla fina

4.6 Monitoreo de la evaluación numérica mediante CFD

Se fundamentaron tres criterios para detener el análisis numérico de simulación en la sección 4.5. Presentándose como la metodología más importante, la evaluación del cambio del parámetro monitoreado la cual es la variable de interés para el análisis. Si se constata que el parámetro analizado no es cambiante a pesar de las iteraciones en la estimación numérica, se puede afirmar que el modelamiento ha concluido, a pesar de que no se alcanzó el criterio basado en los residuales RMS. Sin embargo si se identifica que las variables de interés son oscilantes y no convergen a pesar de modificar la escala temporal del modelamiento, se tendrá que realizar un modelamiento transitorio [17]

Para el análisis del fenómeno se determinan cuatro puntos estratégicos donde se analizara los parámetros de monitoreo. Estos puntos en coordenadas cartesianas “xyz” (en metros) como se muestra en el esquema 4.11 denotados por los números 1, 2, 3,4,

Punto 1: (0.07, 0, 0) Situado antes de la boquilla de aceleración.

Punto 2: (0, 0, 0) Ubicado Justo en la salida de la boquilla de aceleración.

Punto 3: (-0.0175, 0, 0) Situado justo en la sección transversal de la garganta del difusor.

Punto 4: (-0.07, 0, 0) Situado Justo en la sección de salida del difusor hidrodinámico.

Los 4 puntos de control o monitoreo presentaran información de relevancia para el flujo.

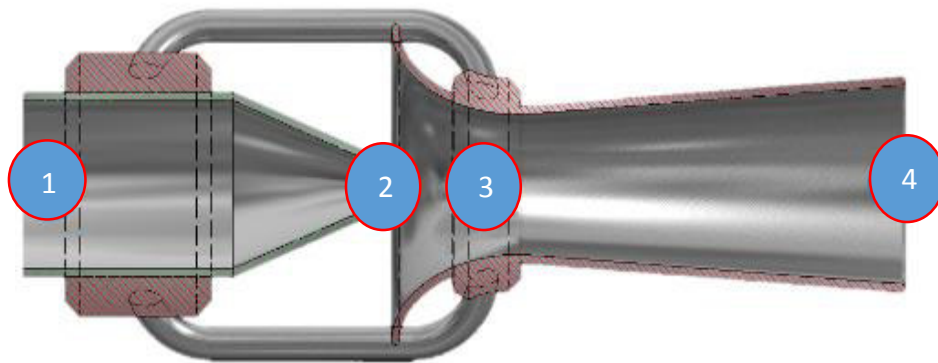


Fig.4.11. Ubicación en el volumen de control de cuatro puntos de monitoreo, para el análisis de la “independencia de malla” (elaboración propia)

CAPÍTULO 5

5.0 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En esta sección se analizará los resultados de la estimación numérica del inductor hidrodinámico tipo Venturi donde se evaluarán algunas variantes, buscando mejorar el modelo planteado en la metodología analítica. Se inicia presentando la información respecto a la convergencia de la estimación numérica, la validación de la estimación numérica y la cantidad de tiempo usado para el análisis. Posteriormente se presenta el análisis del flujo dentro del inductor hidrodinámico, la capacidad de succión, el análisis de la recuperación de la presión de recuperación en el difusor, el perfil de velocidades y la tendencia a la cavitación, con los que se buscará definir el rango de operación para la presión motriz. Con estos estudios, se evaluará posibles modificaciones de forma del inductor hidrodinámico con el propósito de presentar un prototipo mejorado.

5.1 Simulación, verificación y validación del modelo CFD

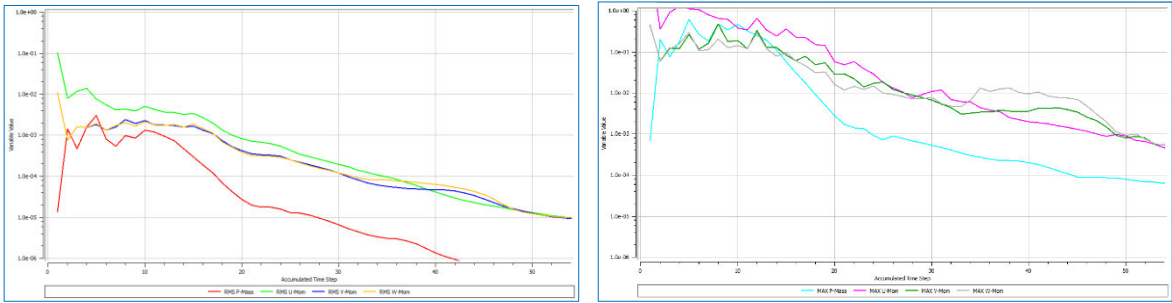
La simulación fluido dinámica del inductor se realiza en base al modelo analítico planteado durante el diseño hidráulico del sistema. Posterior a la validación analítica de este modelo numérico, se evaluará el incremento de las condiciones de presión y velocidad para estimar los rangos de funcionamiento.

5.1.1 Simulación del caso no transitorio e independencia de malla

Para el modelamiento no transitorio del inductor, se modelan tres mallas con la misma configuración pero con refinamiento continuo (“Gruesa, Media y Fina”) en concordancia a los parámetros de la tabla 5.4. Permitiendo identificar el error de discretización de la estimación numérica e ir disminuyendo con el refinamiento sucesivo. Cada discretización presenta una simulación tipo “physical timescale”, en la que se utilizara el valor de escala temporal fijo 0.05 s sin tener que introducir modificaciones significativas respecto al modelamiento “Automatic timescale” realizado por defecto.

En las figuras 5.1 y 5.2 para la simulación del inductor se muestra la evolución de los residuales y puntos de evaluación, identificándose que se ha alcanzado el criterio de los residuales (estos residuales se encuentran por debajo de 0.0004). Adicional a este criterio, en los puntos de control 1, 3 y 4, el valor de la velocidad alcanzado es invariable con

el tiempo por lo que se ha terminado la simulación numérica para un analés no transitorio en el punto de control “2”.



a) “Evolución de residuales” RMS

b) “Evolución de residuales” MAX

Fig.5.1 Evolución de la simulación – Malla gruesa.

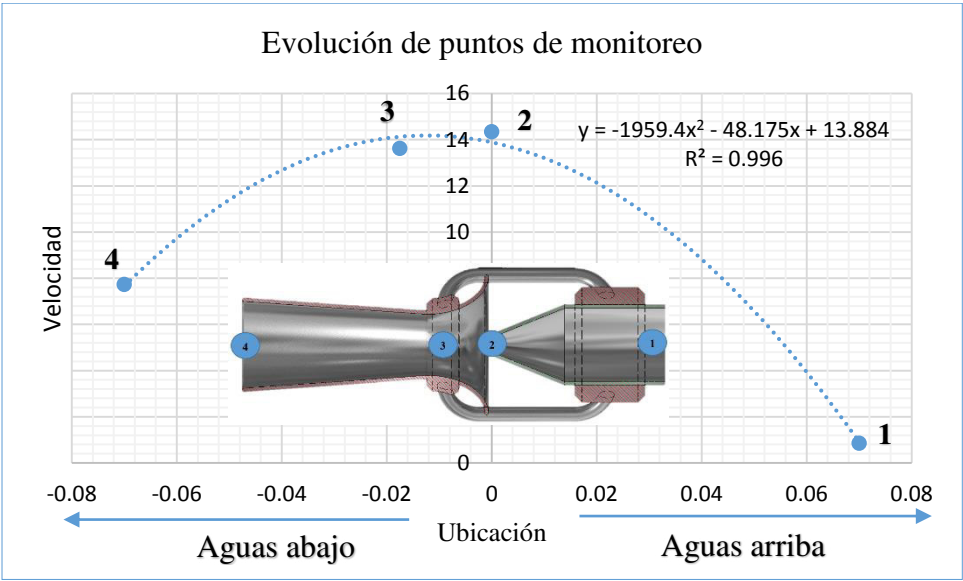
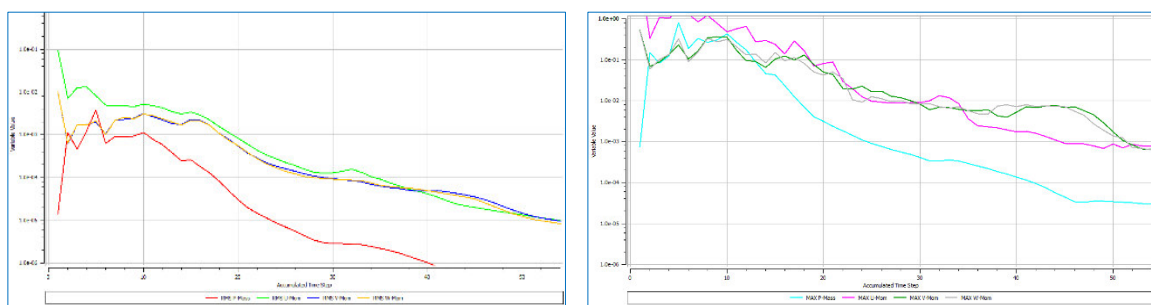


Fig.5.2 Parámetro fluido dinámico en los puntos de monitoreo – Malla gruesa.

Punto	Velocidad
punto 1	8.643e-01 [m s ⁻¹]
punto 2	1.435e+01 [m s ⁻¹]
punto 3	1.363e+01 [m s ⁻¹]
punto 4	7.733e+00 [m s ⁻¹]

Tabla 5.1. Valores de la velocidad en los puntos de monitoreo.



a) “Evolución de residuales” RMS

b) “Evolución de residuales” MAX

Fig.5.3 Evolución de la simulación – Malla media

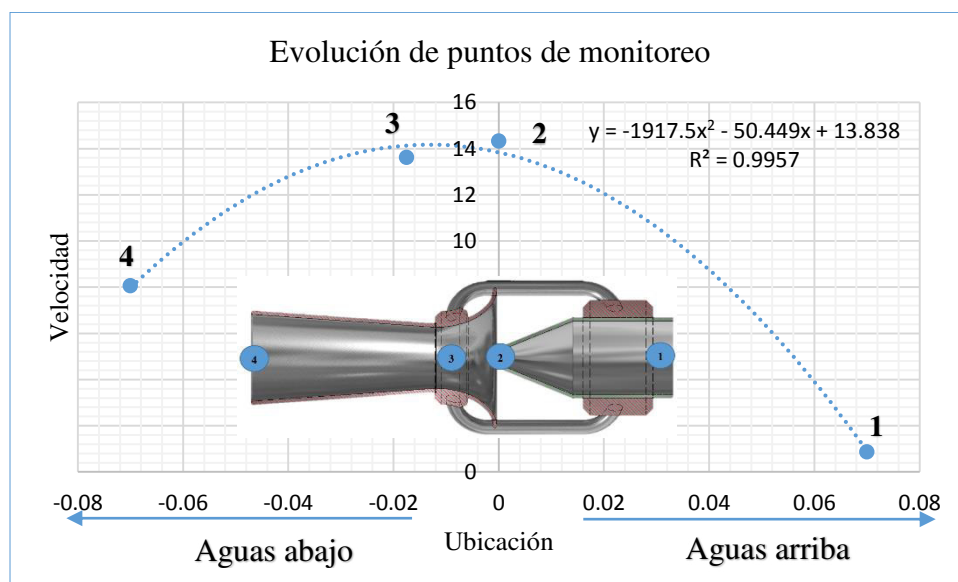


Fig.5.4 Parámetro fluido dinámico en los puntos de monitoreo – Malla media

Punto	Velocidad
punto 1	8.627e-01 [m s ⁻¹]
punto 2	1.432e+01 [m s ⁻¹]
punto 3	1.362e+01 [m s ⁻¹]
punto 4	8.054e+00 [m s ⁻¹]

Tabla 5.2. Valores de la velocidad en los puntos de monitoreo.

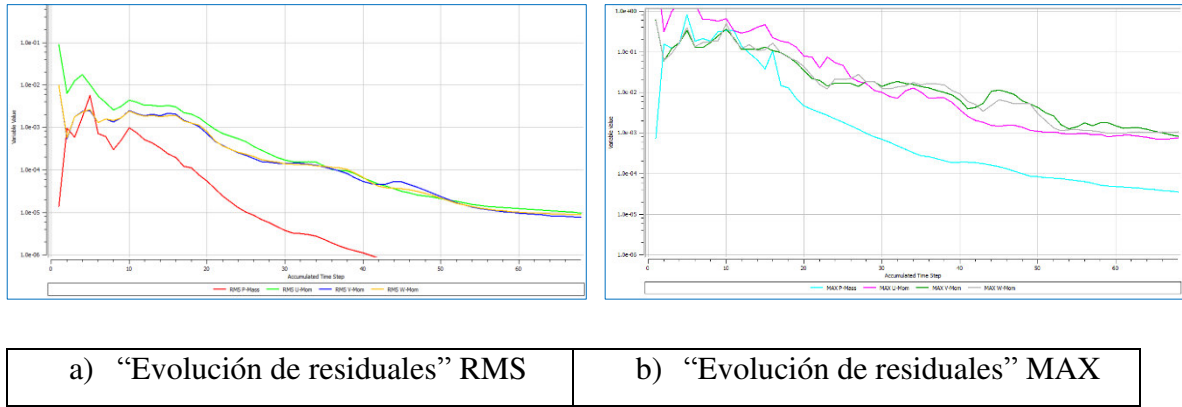


Fig.5.5 Evolución de la simulación – Malla fina

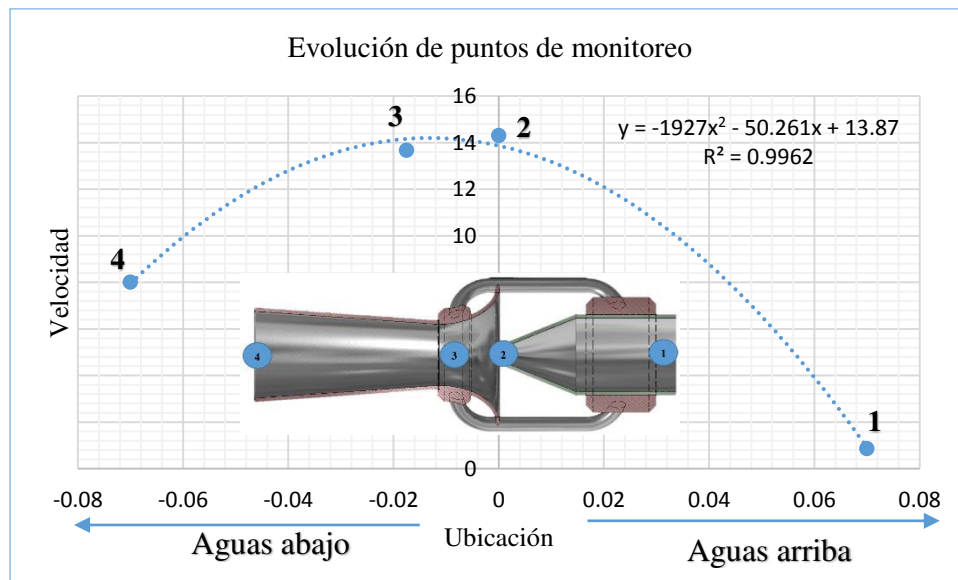


Fig.5.6 Parámetro fluido dinámico en los puntos de monitoreo – Malla fina

Punto	Velocidad
punto 1	8.646e-01 [m s ⁻¹]
punto 2	1.432e+01 [m s ⁻¹]
punto 3	1.368e+01 [m s ⁻¹]
punto 4	8.021e+00 [m s ⁻¹]

Tabla 5.3 Valores de la velocidad en los puntos de monitoreo

Obteniendo los resultados de la estimación numérica, se evalúa un parámetro de interés para identificar en qué etapa del refinamiento se puede establecer el criterio de “la independencia de malla”. Para la tabla 5.4 se presenta los resultados de este análisis considerando que la discretización más fina es la discretización de referencia, esto debido a que estará compuesto por la mayor cantidad de elementos de estudio. El parámetro seleccionado es la diferencia de velocidades entre dos secciones, una sección ubicada a dos diámetros aguas arriba y la otra sección en el lóbulo de mezcla (véase figura 4.11)

N°	Malla	N° Elementos	N° Nodos	Variable de interés Vpunto2 - Vpunto1	Diferencia respecto a la referencia %
1	Gruesa	8804456	2516368	13.4857	0.225188
2	Media	9668949	3019862	13.4573	0.014121
3	Fina	10241058	3294776	13.4554	Referencia

Tabla 5.4 Estudio de independencia de malla

Según los resultados presentados en la tabla 5.4, las discretizaciones gruesas y finas cumplen con el criterio de “independencia de malla”, debido a que la variación del parámetro de estudio es menor a 1% [17]. También es preciso indicar que la capacidad de los procesadores trabajan bien con la discretización intermedia por lo que se selecciona este refinamiento para realizar las evaluaciones de interés, teniendo en cuenta la dinámica para la obtención de resultados (mallados más finos necesitan de tiempos prolongados). En el cálculo no transitorio se aprecia que es posible disminuir los residuales hasta errores menor a RMS de 10^{-5} . Demás se puede apreciar que no se identifica parámetros oscilantes ubicados en las zonas de alto gradiente o desprendimiento, esto conlleva a que no es necesario realizar un estudio transiente del comportamiento hidráulico.

5.1.2 Verificación y validación de las simulaciones.

Siguiendo con el estudio de los resultados, se procede a verificar la validez del modelamiento numérico lo cual es esencial para el estudio en CFD [17]. La verificación se consigue con el modelamiento “Physical Timescale” de las discretizaciones fina, media y gruesa, determinando el error de mallado de los parámetros de estudio, por medio del

coeficiente GCI. Procediendo a determinar la “tasa de refinamiento promedio” para las tres discretizaciones, lo cual se muestra en la tabla 5.5.

Se puede determinar la tasa promedio de refinamiento para las tres mallas con las que se está evaluando.

Malla	Número de nodos
Gruesa	2516368
Media	3019862
Fina	3294776
$r_{GCI\ g-m}$	1.06268
$r_{GCI\ m-f}$	1.02940
$r_{GCI\ Prom}$	1.04604

Tabla 5.5. Tasa promedio de refinamiento

Con la “tasa de refinamiento promedio”, es posible determinar el orden de convergencia haciendo uso de la formulación 2.104. En la tabla 5.6 se muestra la evaluación de la variable de interés, analizados para las tres mallas.

Malla	Variable de interes $\Delta V_{eval} = V_{Punto2} - V_{Punto1}$
Gruesa	13.4857
Media	13.4573
Fina	13.4554
P_{CGI}	60.0215

Tabla 5.6. Estadísticas para determinar el orden de convergencia

Planteando la metodología de “extrapolación de Richardson” para el parametro de interés, la cual evalúa la diferencia de velocidades entre el punto dos y el punto uno, es preciso indicar el cálculo de los coeficientes GCI de la misma siendo el coeficiente de seguridad para el GCI de 1.25 esto por usarse tres discretizaciones o mallas [42]

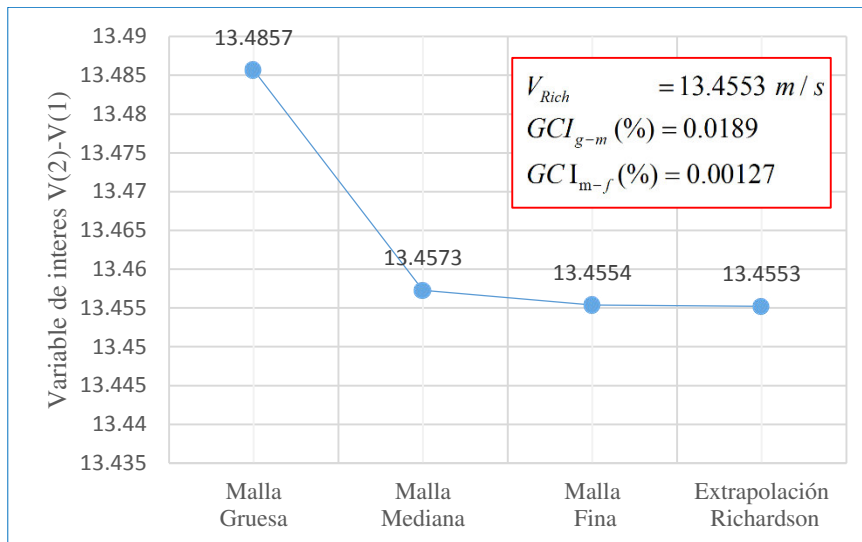


Fig.5.7 “Extrapolación de Richardson” de las variables de interés

Pudiéndose definir que el parámetro de interés establecido, según la propuesta de Roarche es de 13.4553 con un error de mallado o discretizacion de 0.00127%. Estas conclusiones de error pueden ser extendidas en el estudio de otros parámetros de interés como la diferencia de presiones o el análisis de fuerzas existentes.

Para estimar la validez se utilizan los resultados del modelo analítico, propuesta en el diseño hidráulico del inductor hidrodinámico, se verifica si se cumple el principio de conservación de la energía entre dos puntos de una línea de corriente; a continuación se verifica el cumplimiento de esta ecuación (Bernoulli) en dos tramos del volumen de control.

a) **Análisis de la ecuación de Bernoulli en el ducto de alimentación $\frac{3}{4}$ ”**

Durante el diseño hidráulico del inductor hidrodinámico tipo Venturi, se estimó la velocidad en el ducto de alimentación mediante la ecuación de Bernoulli aplicado en dos puntos, por lo que tendremos una propuesta analítica y una numérica.

- **Modelo Analítico:** La bomba de 0.5hp proporciona un gasto volumétrico, generando una presión determinada y velocidad antes de la boquilla de aceleración.

Parámetro Hidráulico - Analítico	Valor
Presión	127552.99 Pa
Velocidad	0.836 m/s
Caudal másico	0.2895 kg/s

Tabla 5.7. Parámetros fluido dinámicos antes de la boquilla

En el siguiente diseño, se especifica la sección de control “A”, el cual se configura en la plataforma ANSYS CFX 17.0 como sección de control, denominándose “Plano 1”.

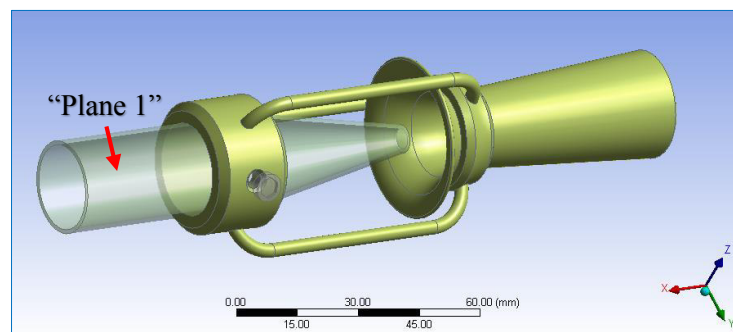


Fig.5.8 Sección de control en el ingreso de la boquilla de aceleración

- **Modelo numérico:** Las condiciones de contorno introducidas en el solver de la plataforma Ansys CFX 17.0 responden a los valores especificados en la tabla 4.4, modelados en la malla fina genera los siguientes resultados.

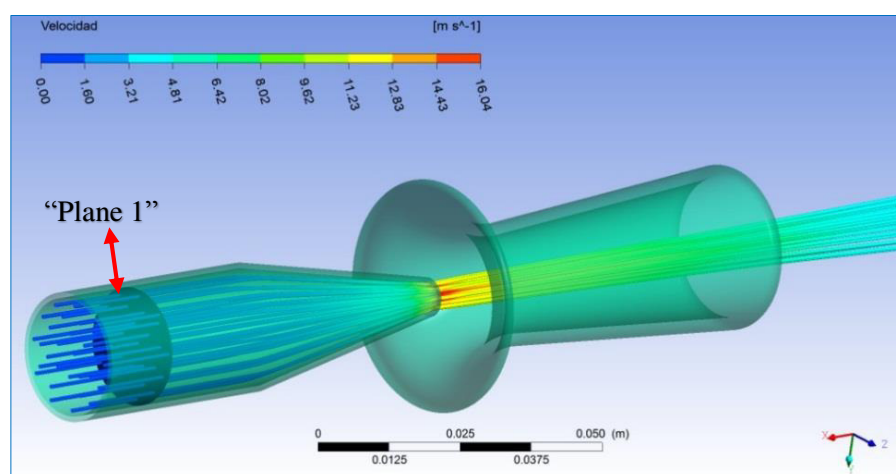


Fig. 5.9. Líneas de corriente a través del inductor hidrodinámico tipo venturi

Parámetro Promediado (Ansys Cfx 17.0)	Resultado Numérico	Resultado Analítico	Error de truncamiento (%)
=areaAve(Pressure)@Plane 1	127552.99 Pa	127552.99 Pa	-
=areaAve(Velocity)@Plane 1	0.843 m/s	0.836 m/s	0.476
=massFlow()@Plane 1	0.2912 Kg/s	0.2895 kg/s	0.583

Tabla 5.8. Parámetros evaluados en la sección del plano 1

Se verifica que los errores son menores a 1%, por lo que se puede inferir que la solución del modelo numérico se encuentra acotado, también se verifica que el error de truncamiento decrece a medida que los pasos espaciales y temporales de la estimación numérica tienen a cero. Finalmente la convergencia de este modelo numérico genera una solución analítica exacta según se refine la malla llegándose a identificar la malla “ideal” para una buena aproximación (esto demostrado por la independencia de malla). La firma desarrolladora de ANSYS cfx 17.0 sostiene que, para flujos industriales, se aceptan errores menores al 4% comparado con un modelo analítico.

b) Análisis de la ecuación de Bernoulli entre el espejo de agua y la garganta

Al evaluar la validez del modelamiento numérico se analiza el decaimiento de la presión una línea de corriente que proviene del espejo de agua e ingresa hacia la garganta del inductor hidrodinámico tipo Venturi.

- **Modelo Analítico:** Aciendo uso de la formulacion de Bernoulli entre el espejo de agua que se encuentra a 10 cm sobre el eje axial del inductor y la sección transversal de la garganta (Véase figura 5.10). Además se determinó que el diseño propuesto impulsa $4Q_1$ a través del difusor hidrodinámico. Aplicando la ecuación 3.7 se tienen los parámetros hidráulicos en el plano “3”.

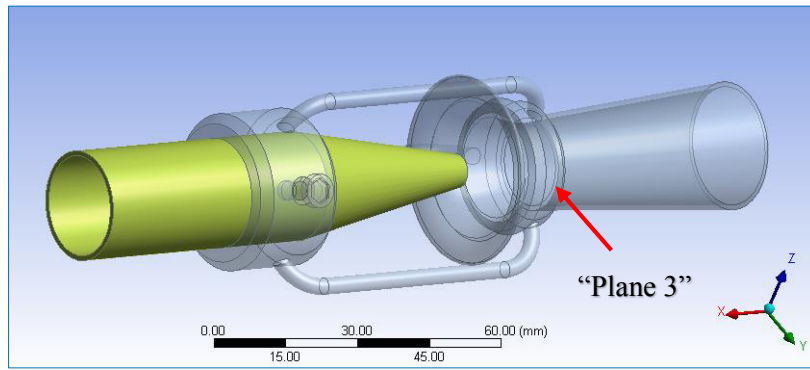


Fig. 5.10. La garganta como sección de control

Parámetro Hidráulico en el plano 3	Valor
Presión	90737.95 Pa
Velocidad	4.81 m/s
Flujo Másico	1.158 kg/s

Tabla 5.9. Parámetros fluido dinámicos en la garganta del difusor

- **Modelo numérico calculado:** De modo similar que en el caso anterior, las condiciones de contorno introducidas en el solver de la plataforma ANSYS CFX 17.0 (véase tabla 4.4) verifican los resultados de la tabla 5.9.

Para esta simulación se verificaron los resultados haciendo uso del refinado fino, es preciso aclarar que el modelo analítico propuesto es un modelo “Teórico e ideal”, puesto que se desconoce el comportamiento del flujo en el proceso de desarrollo (en el interior del difusor hidrodinámico), por ende las pérdidas hidráulicas.

El modelo numérico determina un perfil de velocidades en la garganta con tendencia a un comportamiento real, con velocidades variables para cada punto de la sección, esto genera presiones variables en la sección “Plano 3”; mientras que el modelo analítico estima la caída de la presión en base a una velocidad promedio (esto hace suponer que la presión en la sección es igual en toda el área transversal), por lo tanto los resultados para la presión en la zona “Plane 3” es relativamente similar al teórico. El modelo teórico estima una velocidad en la sección más estrecha del difusor correspondiente a un caudal $4Q$ con perfil uniforme, mientras que el modelo numérico estima las características cinemáticas con tendencia más objetiva generando un perfil de velocidades para flujo turbulento.

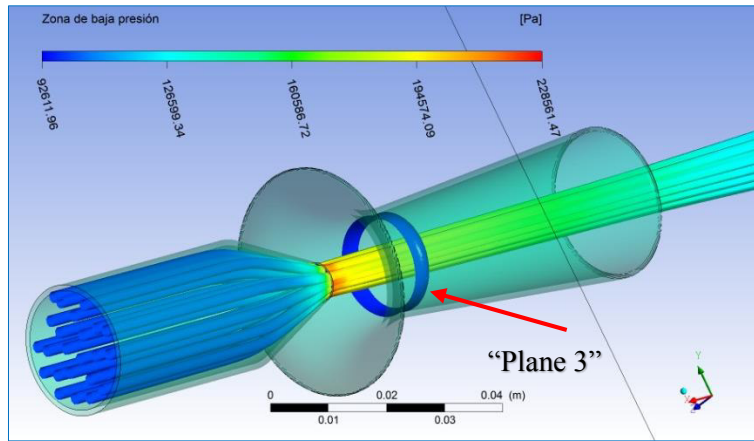


Fig 5.11. Corona de baja presión generados en la sección plano 3

Parámetro Promediado (Ansys Cfx 17.0)	Resultado Numérico	Resultado Analítico	Error de truncamiento (%)
=areaAve(Pressure)@Plane 3	93200 Pa	90737.95 Pa	2.64
=areaAve(Velocity)@Plane 3	5.245 m/s	4.810 m/s	-

Tabla 5.10. Comparación de parámetros fluido dinámicos evaluados en la garganta del inductor hidrodinámico tipo venturi.

5.1.3 Análisis de los resultados del diseño hidráulico mediante CFD

En este apartado se estudia los resultados de la simulación del inductor hidrodinámico tipo Venturi, a partir del régimen estacionario. Se realiza el estudio general del flujo en el interior de la boquilla de aceleración y la zona de succión de contorno elíptico, luego se realiza un estudio a mayor detalle de la evolución de la velocidad a lo largo del dominio, la presión de recuperación en la zona de contorno cónico y el análisis de riesgo de cavitación en la zona de la garganta.

A continuación se comprueba la capacidad de succión del sistema hidrodinámico, se seleccionan como secciones de control el ingreso de flujo de agua (Inlet) y la salida del difusor de contorno cónico (Plane 4).

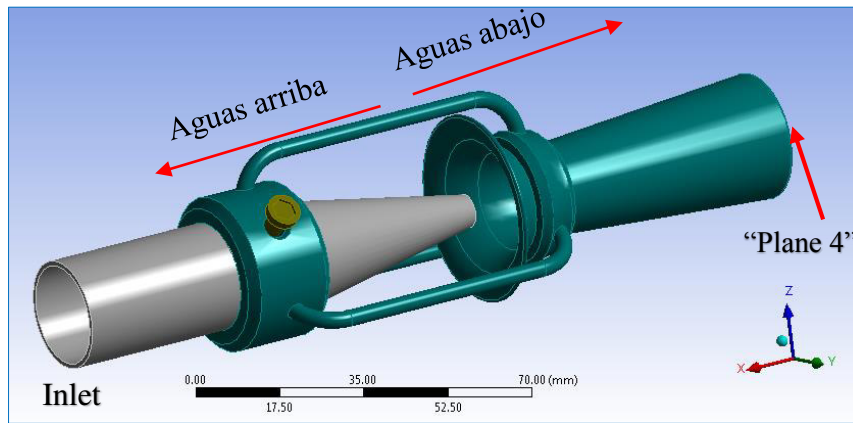


Fig. 5.12. Secciones de control, entrada (Inlet) y salida (Plane 4)

Aguas abajo el flujo se acelera induciendo al flujo circundante a ser succionado en la zona de contorno elíptico, el modelo analítico estima un gasto neto de $4Q_1$.

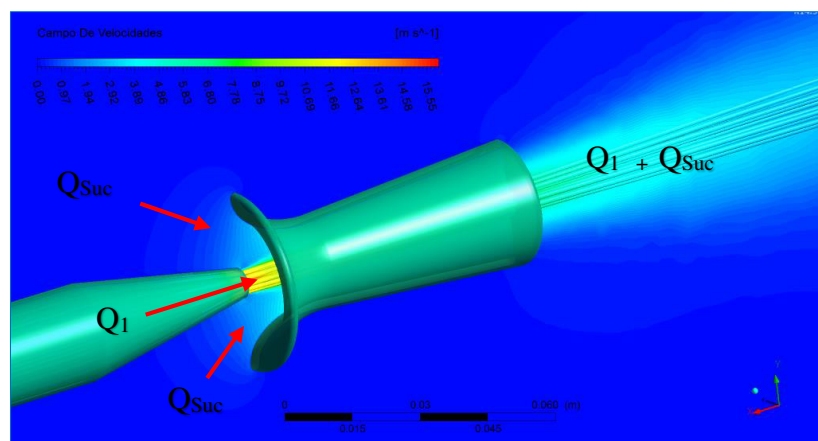


Fig 5.13. Balance volumétrico entre la entrada y salida

	=massFlow()@Inlet	=massFlow()@Plane 4	Tasa de incremento
Analítico	0.2895 Kg/s	1.158 Kg/s	4.0
Numérico	0.2912kg/s	1.260 Kg/s	4.32

Tabla 5.11. Ratio volumétrico

5.2 Análisis general de flujo en la simulación numérica

Los resultados que se presentan en esta sección se analizaron con la plataforma de simulación avanzada ANSYS CFX-17.0 – Post para una nanalsi no transitorio.

5.2.1 Análisis del perfil de velocidades en el inductor.

Evaluando los resultados, lo que se verifica es que las líneas de corriente del medio circundante varían su trayectoria, ingresando hacia la zona de contorno elíptico, específicamente en la zona de borde de ataque para el difusor, como se presenta en la figura 5.14. Además en esta imagen se puede apreciar un incremento de la energía cinética en la sección de salida para la boquilla de aceleración (véase la leyenda de colores)

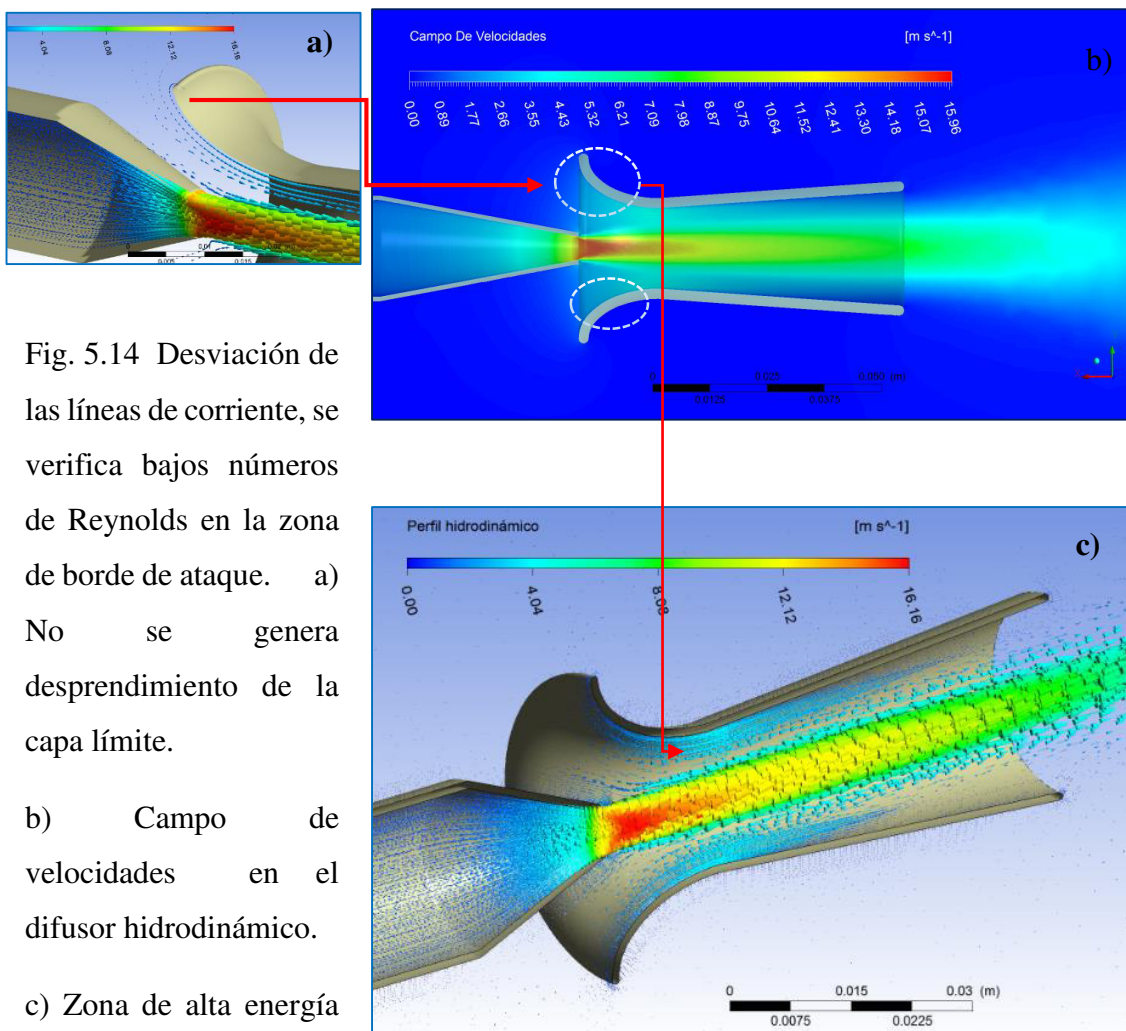


Fig. 5.14 Desviación de las líneas de corriente, se verifica bajos números de Reynolds en la zona de borde de ataque. a) No se genera desprendimiento de la capa límite.

b) Campo de velocidades en el difusor hidrodinámico.

c) Zona de alta energía cinética.

Al estudiar el comportamiento de los vectores de velocidad es posible estimar la zonas de recirculación (véase figura 5.16). En un plano que contiene al eje axial del inductor se analizara los vectores que indican recirculación y zonas de altos gradientes.

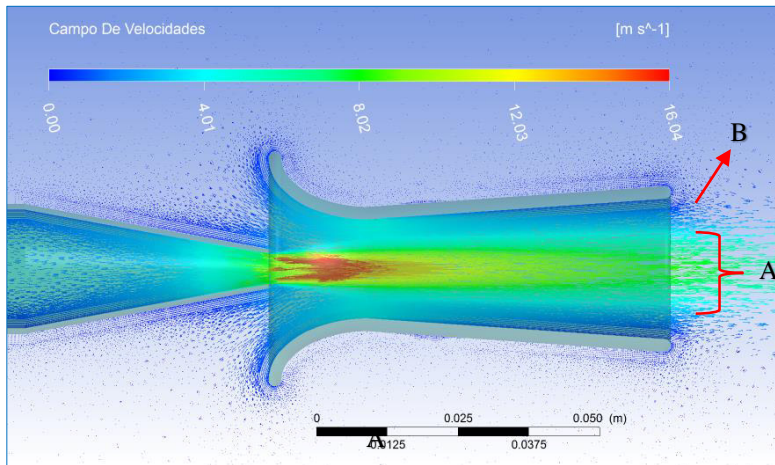


Fig. 5.15. La “velocidad promedio” en la zona de salida es de 2.58m/s, sin embargo las zonas de mayor velocidad alcanzan valores de 7.7 m/s (sección “A”) con la capacidad de generar inducción en la zona “B”

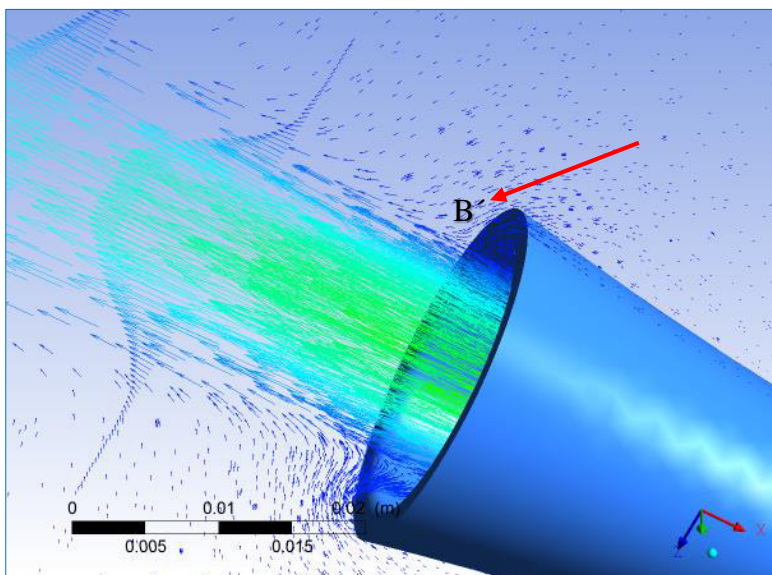
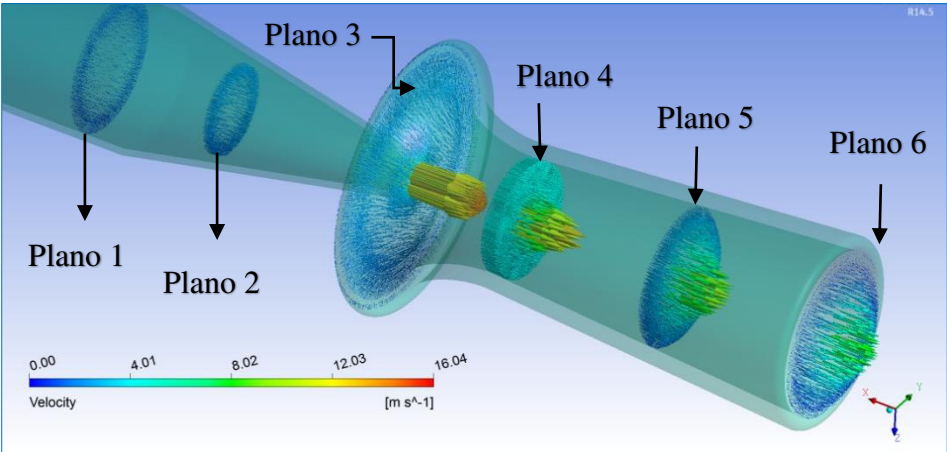


Fig. 5.16. Para la aplicación de estos equipos en minería, se busca minimizar la zona de recirculación, esta geometría presenta un ángulo de divergencia de 10° verificándose en mayor grado la recirculación en la sección periférica “B”

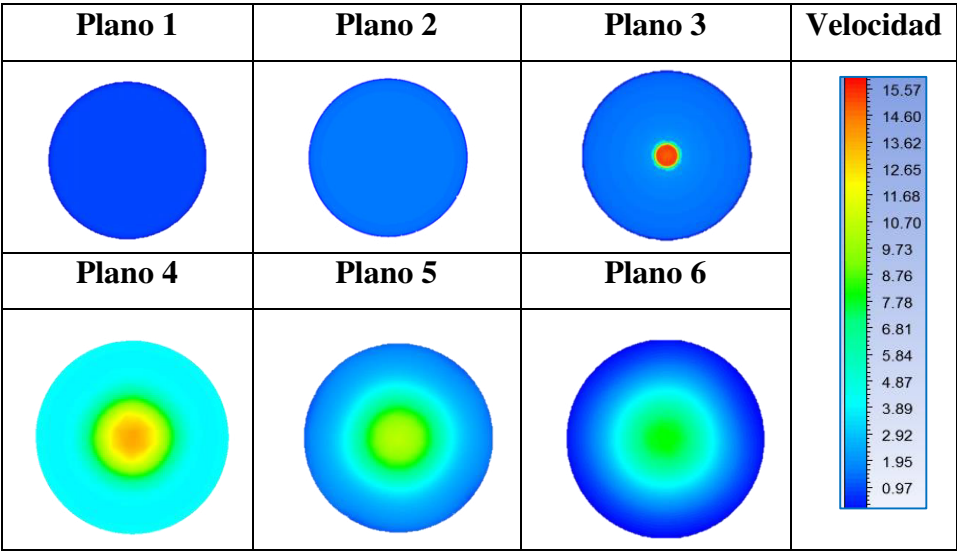
De los resultados de la simulación, se identifican fenómenos adversos a la funcionalidad lo que disminuye el rendimiento del sistema y por ende el buen funcionamiento durante los procesos de barrido de material particulado en cámaras de bombeo.

Las velocidades con las que el flujo interactúa con el borde de ataque en la zona de ingreso del difusor, son relativamente bajas, por lo que no se utiliza teorías de diseño de perfiles hidrodinámicos. A continuación se presenta el “desarrollo del flujo” a través del inductor hidrodinámico en diferentes zonas transversales en la tubería de alimentación de ingreso y del difusor, lo que para un análisis tridimensional ayudara tener una idea de forma.

La mayor deformación genera en el centro del plano 3, y en zonas de recirculación como el plano 6 donde se tiene que las velocidades de inducción son de 7.7 m/s generando succión en la sección periférica del plano 6. La gradiente negativa de la presión en la sección elíptica genera la succión del gasto volumétrico.



a) Evolución del perfil de velocidades en el inductor hidrodinámico



b) Vista de la velocidad mediante iso superficies

Fig. 5.17. Análisis de la velocidad en el volumen de control

El diseño presenta un ángulo de divergencia de $\alpha_2 = 8^\circ$, siendo este el ángulo de desarrollo óptimo.

Se realizó una evaluación de recirculación en el plano 6, mostrando baja tasa de recirculación como se muestra en el perfil de velocidades en la figura 5.18.

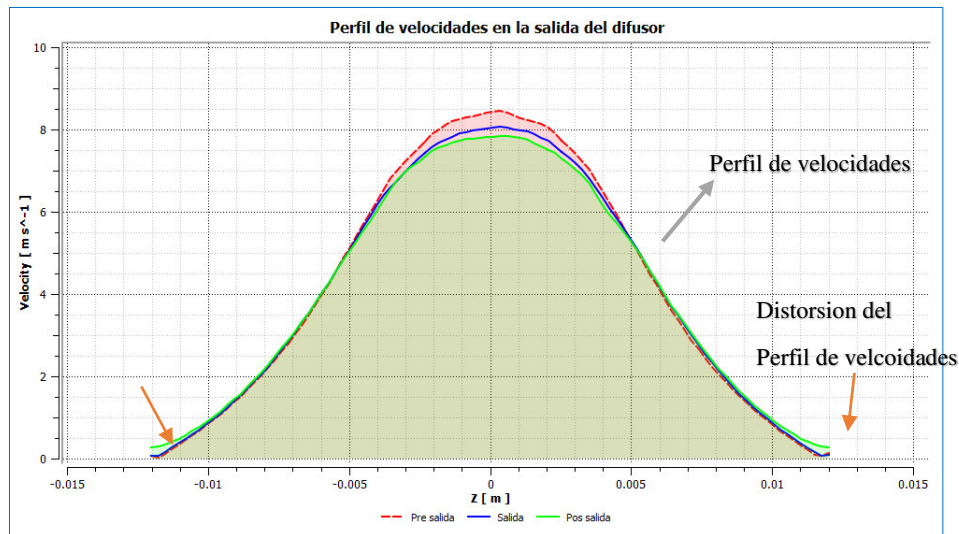


Fig. 5.18. Perfil de velocidades en la sección de salida

5.2.2 Análisis de la presión de recuperación.

La presión promedio en el plano 1 (Véase figura 5.17 a) registra 127552.99 Pa (18.5 Psi). Esta presión disminuye transformándose en energía cinética (véase plano 2 y plano 3) la presión relativa en la sección 3 y 4 son negativas por lo que generan una inducción hidrodinámica. La presión entre los planos 4 y plano 6 se va recuperando.

En la figura 5.19 se introduce un plano sobre el eje axial del inductor, donde se monitorea la evolución de la presión de recuperación. Se realiza un seguimiento de la variación de la presión en la línea 1 desde la sección aguas arriba (sección de flujo no perturbado) hasta la salida del inductor hidrodinámico.

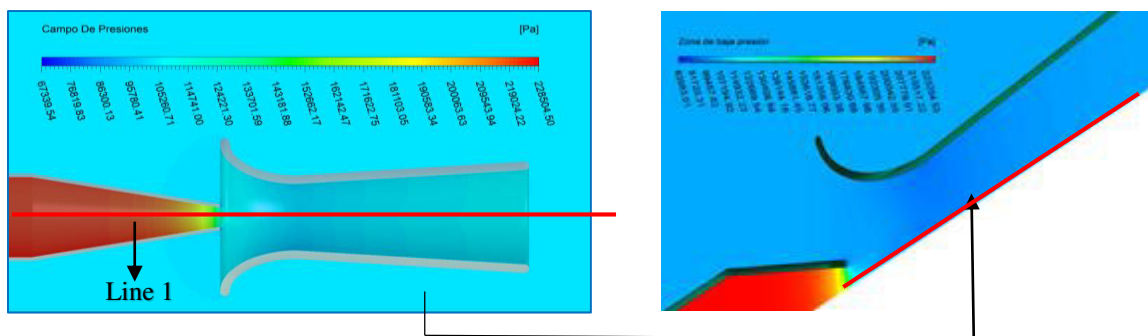


Fig. 5.19. Evolución de la presión en la línea 1

La presión relativa inicial es de 127552.99 Pa (18.5Psi) desciende en la garganta del inductor hidrodinámico hasta 93200 Pa siendo este valor una presión relativa negativa; esta presión se recupera en el desarrollo del difusor de sección cónica hasta la presión de sumergencia de 10 cm (102306 Pa), como se muestra en la figura 5.20

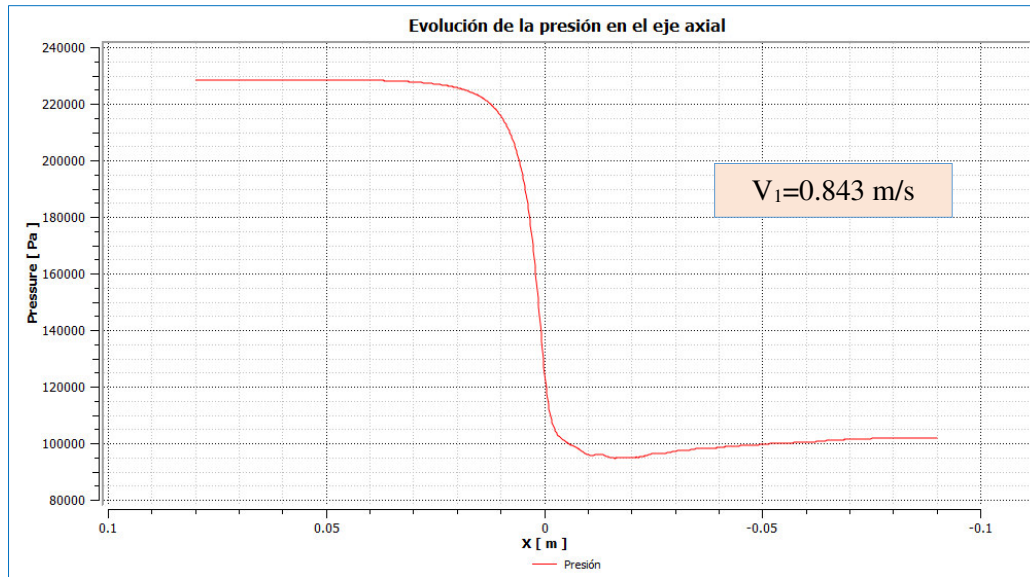


Fig. 5.20. Evolución de la presión en la línea 1

Mientras que el comportamiento de la presión a lo largo de la “línea 2” como se presenta en la imagen 5.21 disminuye desde las condiciones de presión hidrostática (para 10 cm de altura de sumergencia) hasta 93200 Pa en la garganta del inductor, volviendo a recuperarse en el difusor de contorno cónico hasta la presión inicial.

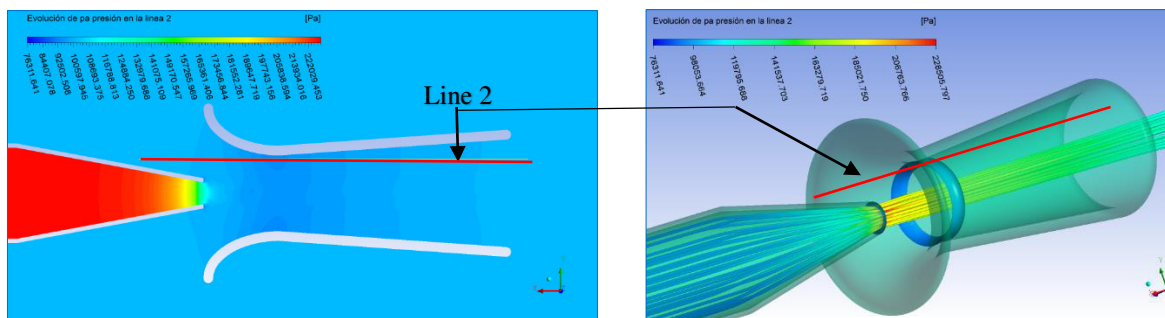


Fig. 5.21. Evolución de la presión en la línea 2

La presión mínima se genera en la sección periférica de la garganta, pudiendo generarse el fenómeno de cavitación si incrementamos la velocidad del Jet inyectado.

La presión aguas arriba de la boquilla será máxima cuando en la sección de la garganta, la presión disminuya hasta llegar a la presión de vapor esta aseveración cumple con el análisis realizado por C.A. Shook, J.H. Malshiya (1982) [52].

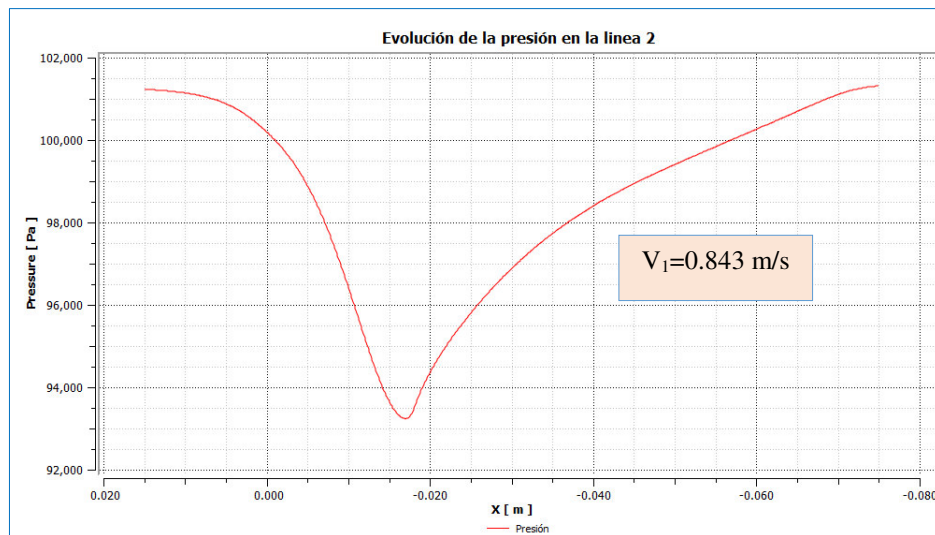


Fig. 5.22. Evolución de la presión analizada en la línea 2

5.2.3 Análisis mediante CFD del movimiento de material particulado

Dadas las observaciones del perfil de velocidades, se infiere que la mayor concentración del material particulado es debido a un proceso de decantación en las regiones que por la configuración morfológicas disminuye la “energía cinética turbulenta”. Es decir, la cinética de traslado para las partículas que entra a la cámara de bombeo decrecen al llegar a las regiones de baja “energía cinética turbulenta” generando la colmatación de material particulado. Este proceso mecánico genera en el tiempo el aumento de sedimentos (lodos colmatados) en la cámara de bombeo estratégico. [51]

La “energía cinética turbulenta” es un factor que afecta en gran medida a la decantación de material particulado. “Todos los cuerpos de agua, sin importar su tamaño, son medios turbulentos, cuya energía cinética turbulenta varía según su dimensión por ejemplo los cuerpos menores tienen mayor energía cinética turbulenta” (Harris, 1986).

En general la dificultad de la formulación en el micro escala, es más fácil considerarla como un término propiamente teórico que junta a todos y cada uno de los procesos

advectivos que se generan en el volumen de control durante el proceso de barrido de material particulado, como se sustenta según la imagen 5.23.

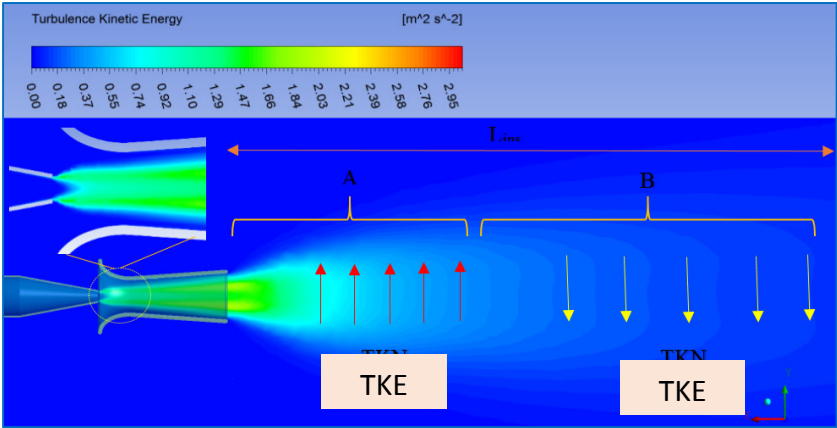


Fig. 5.23. Energía cinética turbulenta en el volumen de control

El primer objetivo es identificar las variables de la turbulencia, siendo la velocidad de la corriente la magnitud vectorial de interés [50]. Puesto que la velocidad de la corriente se asocia de manera inversa a la concentración de material particulado.

En este trabajo de investigación se evalúa la capacidad de transporte de sedimentos para material particulado, realizándose una evaluación de las propiedades individuales de la arena (material de prueba) en base a los fundamentos teóricos de propiedades del material particulado se tiene la tabla 5.12

Propiedad	Valor
Diámetro nominal	0.50 mm
Peso específico (sedimento seco)	2650 kg/m^3
Peso específico (sedimento sumergido)	1650 Kg/m^3
Velocidad de sedimentación	6.113 cm/s
Ángulo de reposo	40.95°

Tabla 5.12. Características de los sedimentos utilizados en el ensayo.

La dinámica de un elemento particulado está en función de las “condiciones instantáneas del flujo” y de su “resistencia a iniciar un movimiento”. El inicio de la dinámica de los sedimentos se efectúa cuando el flujo ese justo por iniciar el traslado de algún elemento

particulado y este depende del esfuerzo cortante que el flujo genera sobre la base de la cámara de ensayo y de la velocidad media del flujo [3]. Para este trabajo de investigación se tiene el análisis de estabilidad del lecho de la cámara de experimentación haciendo uso del criterio de esfuerzo cortante crítico, y el análisis de velocidad crítica para la iniciación de movimiento de material particulado.

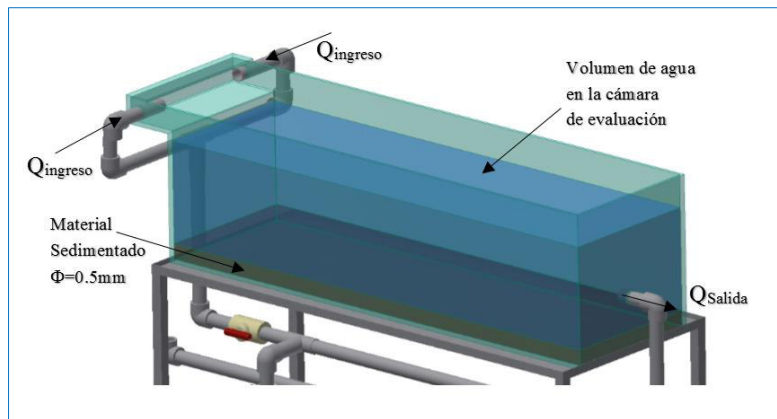


Fig. 5.24. Cámara de ensayo

Conforme el flujo se traslada de un punto a otro en la cámara de ensayo, las fuerzas hidrodinámicas empiezan a efectuar fuerzas sobre las partículas y en toda la zona mojada. Los fundamentos realizados para el movimiento de las partículas mediante el criterio de esfuerzo crítico, relacionan las características hidráulicas de la cámara y las propiedades del material particulado. Se realiza el análisis de la dinámica de las partículas mediante el criterio de esfuerzo cortante crítico como se muestra en la tabla 5.13.

Parámetro	Valor
Pendiente (s)	0.0002
Profundidad (h)	0.20 m
Esfuerzo sobre el lecho (τ)	0.3927 N/m ²
Velocidad de corte (U^+)	0.0198 m/s
Número de Reynolds (Re^+)	8.760
Esfuerzo crítico (τ_c)	0.048 N/m ²

Tabla 5.13. Parámetros para analizar la iniciación de movimientos de partículas.

Del diagrama de Shields se observa la intersección del número de Reynolds con el esfuerzo de corte adimensional que cae en zona ligeramente superior a la línea crítica, formándose una configuración de rizos. El análisis realizado con los resultados para el esfuerzo crítico propuestos por USWES, Kramer, Indri, Chang, Lane, indican que la tendencia cinemática de lecho de la cámara experimental es “cuasi estático”. Este análisis indica que, mediante análisis de similitud física, las cámaras reales de estaciones de bombeo minero serán colmatados de material granular por efectos de sedimentación. Introduciendo el sistema de dilución hidrodinámica tipo Venturi, se verificará la funcionalidad mediante técnicas de simulación en la plataforma ANSYS CFX 17.0. Se presentan los resultados de cuantificar la velocidad crítica para las partículas de estudio propuestos en la sección 2.2.4.

Propuesto	Valor
Marza y García	0.293 m/s
Ecuación empírica (HEC-18)	0.376 m/s
Ecuación logarítmica	0.362 m/s

Tabla 5.14. Velocidad critica para la iniciación de movimiento

En la tabla 5.14 muestra resultados similares para la velocidad critica, por lo que se optara el de mayor valor (propuesto por la ecuación empírica (HEC-18)) como umbral mínimo que la “velocidad media del flujo” en la sección de impactico crítico (Véase sección 2.2.4) deberá superar para evitar la decantación de material particulado. Un incremento en la energía cinética turbulenta del flujo produce un incremento en la magnitud de esas fuerzas moviendo las partículas sedimentadas hacia el sistema de evacuación, por ende disminuyendo la concentración de sólidos [4].

Para una evaluación experimental se enciende los sistemas de inducción hidrodinámica, iniciando el movimiento del flujo circundante, durante la actividad del inductor y la posterior generación de la pluma de impacto, las partículas no pueden contrarrestar las fuerzas hidrodinámicas por lo que eventualmente se iniciara el traslado de partículas.

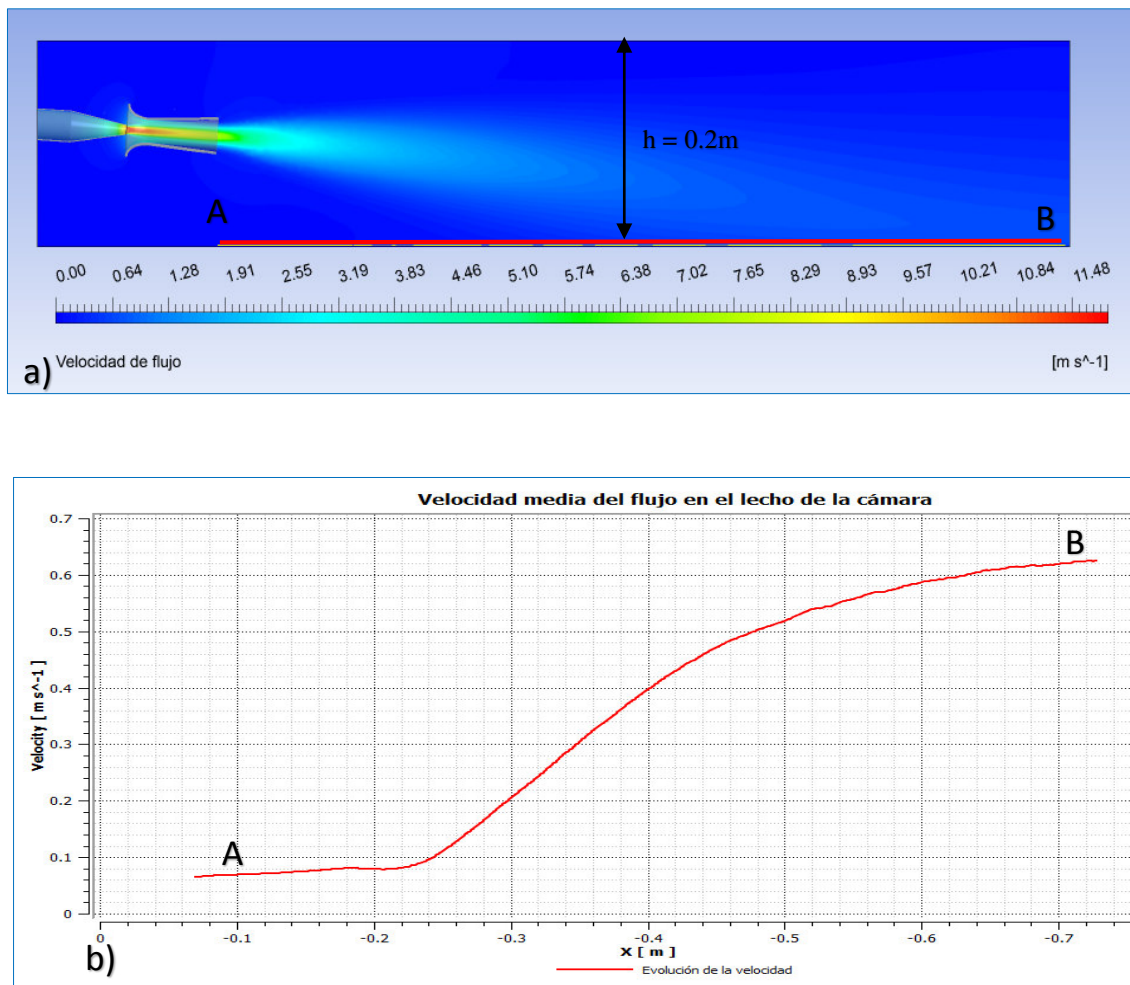


Fig. 5.25. a) Evolución del perfil de velocidades en la cámara de ensayo b) evolución de la velocidad en la línea AB

En la figura 5.25 se presenta el desarrollo del “perfil de velocidades” el volumen de control, el objetivo será identificar la zona que supere la velocidad crítica propuesta en la tabla 5.14 donde se toma como velocidad crítica a 0.376 m/s. La propuesta cualitativa de este análisis es semejante a la desarrollada por los autores V. Subrahan (2014) [55].

Se introduce una línea de sondeo para evaluar la evolución de la velocidad media desde “A” hasta “B” como se muestra en la figura 5.25 (a). En la figura 5.25 (b) se verifica que la “velocidad media” se incrementa, superando la velocidad crítica en la posición 0.38m, a partir de esta posición las líneas de corriente transportan la energía hidrodinámica suficiente para iniciar el movimiento de las partículas.

Este análisis se complementa haciendo uso del diagrama de *Hjulström* (1935) planteando que la velocidad media para 0.39 m es de 0.4 m/s se verifica en el diagrama que la

intersección de los parámetros de entrada cae en la zona “erosión” cumpliendo las condiciones de transporte.

Es posible estimar el flujo de sólido específico para estas condiciones de operación planteados en la sección 2.2.3 propuesta por la Ecuación de Mayer, Peter y Müller, o como por la propuesta semi teórica de Van Rijn. Estos resultados presentan importantes conclusiones.

Metodología	Caudal sólido específico	Caudal de sólido
Mayer, Peter y Müller	1.61 kg/ms	0.480 kg/s
Van Rijn	1.48 kg/ms	0.444 kg/s

Tabla 5.15. Flujo másico de sólidos en la cámara de ensayo

5.2.4 Análisis de la cavitación mediante simulación CFD

Las presiones bajas generan burbujas y al pasar a zonas de alta presión generan implosiones, siendo este fenómeno la cavitación y para este estudio ocurre cuando el fluido atraviesa el lóbulo de mezcla. En la garganta la presión está por debajo de la “presión de vapor”, por ello el líquido cambia su estado de líquido a gaseoso; cuando el flujo ingresa hacia una zona de alta presión (difusor de contorno cónico) se produce el cambio súbito de estado gaseoso a líquido, acompañado de una implosión la cual genera desgaste de la pared, además se genera ruidos y vibraciones.

Para el análisis en CFD del proceso de cavitación es necesario utilizar la formulación analítica de la ecuación 3.29 determinando el índice de cavitación.

Parámetro	Índice de cavitación
Analítico	8.43
Numérico	6.73

Tabla 5.16. “Índice de cavitación” para el diseño del inductor

Teniendo en cuenta los resultados de la sección 3.4.4, el diseño del inductor hidrodinámico no genera cavitación para el funcionamiento en las condiciones dadas ya

que el valor del “índice de cavitación” es de 6.5, mientras que el “índice crítico” para un sistema de estrangulamiento se encuentra entre 2 y 2.5, así mismo, Chaine (1986) y Yan, Y. (1990) consideran que el valores mínimo del índice se encuentra entre 1 a 1.5. Esto es debido a que la presión de funcionamiento del inductor se ubica por encima de la presión de vapor del agua a la temperatura del fluido. $P_E = 102306 \text{ Pa}$ Y $P_v = 2645.3 \text{ Pa}$.

Las presiones mínimas se producen en dos regiones del inductor hidrodinámico, la primera sección será en la salida de la boquilla de aceleración (sección anular “A” figura 5.26), y en la sección periférica de la garganta del difusor como se presenta en la figura 5.27 sección “B”

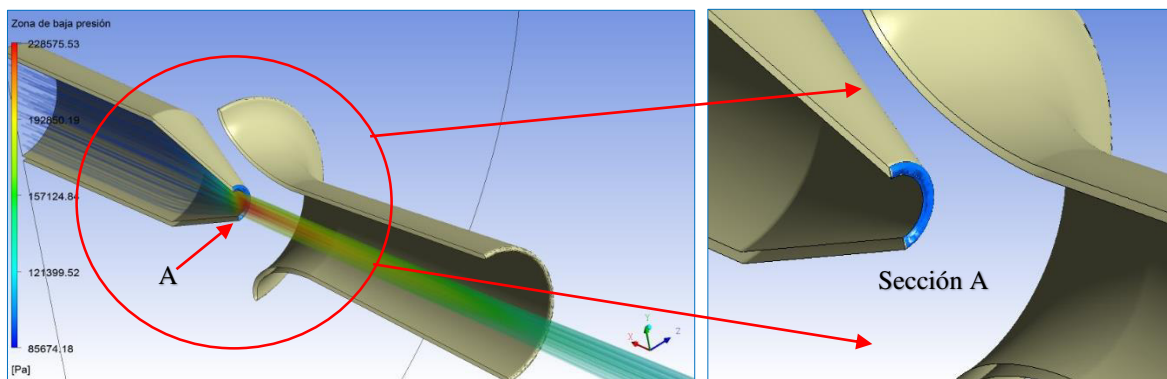


Fig. 5.26. Sección de baja presión.

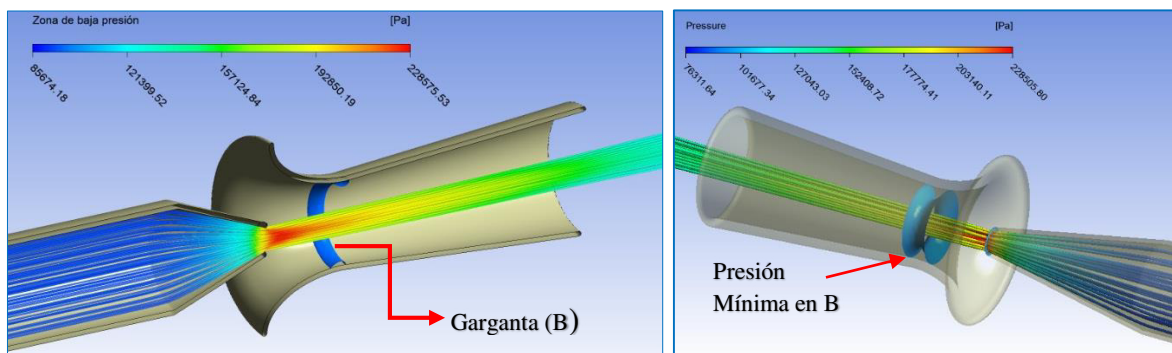


Fig. 5.27. Zona de baja presión en la garganta del difusor

La “presión mínima adimensional” se encuentra aplicando la formulacion 3.29 la cual se indica en la tabla 5.17. Este parametro relaciona la mínima presión en el difusor hidrodinámico con la “presión promedio” en el plano 4 como se muestra a continuación.

Parámetro	Presión mínima adimensional
Analítico	0.902
Numérico	0.887

Tabla 5.17. Relaciones para la presión mínima adimensional

Esta formulación permite encontrar la menor presión de funcionamiento en 4 (véase figura 5.17) ya que si se opera con presiones inferiores a este, se generara áreas con presiones menores a la presión de vapor generándose la cavitación. La presión menor de operación en la sección 4 se encuentra haciendo uso de la formulación siguiente.

$$P_{OP-MIN} = \frac{P_v}{\Pi_{min}} = \frac{2645.3}{0.887} = 2982.29 \text{ Pa}$$

Por tanto para un gasto volumétrico de 1.0 m³/h a una temperatura de 22°C, el modelo no deberá de funcionar con presiones absolutas inferiores a 2982.29 Pa en la sección 4, de lo contrario, se generara secciones con presiones inferiores a la presión de vapor

5.2.5 Rango de operación e incremento del ratio volumétrico.

En el apartado anterior se determinó los parámetros indicativos para el riesgo de cavitación en los inductores hidrodinámico tipo Venturi, siendo la primera consecuencia de la cavitación que, para una presión de entrada (cerca de la presión que genera cavitación en la garganta), el ratio volumétrico neto impulsado por el difusor permanece constante, por mucho que se incremente la presión en la sección de ingreso (Inlet), es decir el caudal succionado por el sistema deja de incrementarse. Esta restricción de gasto volumétrico inyectado que presenta en la literatura comercial

Recordemos que *Feitosa J.C. (1998)* mediante pruebas experimentales concluyó para sistemas de bombeo por inyección de flujo que, el caudal de succión (límite) se reduce ligeramente y gradualmente al incrementar la presión motriz una vez alcanzado la presión de cavitación en la sección más estrecha.

VELOCIDAD V1 (m/s)	PRESION MOTRIZ P1 (Psi)	PRESION MÍNIMA EN LA GARGANTA (Pa)	RATIO MÁSCO
0.83	18.5	93200	4.112
1.5	57.5	63000	4.719
1.85	87.4	42500	4.752
2	102.11	31200	4.768
2.1	112.57	23200	4.772
2.2	123.5	20500	4.778 (Ref.)

Tabla 5.18. Evolución del ratio de incremento volumétrico en función al incremento de la presión motriz.

En la tabla 5.18 se verifica que para la presión motriz de 112.57 Psi, la presión en la garganta se acerca a la presión de vapor, limitando la capacidad de succión del sistema. Para las presiones mayores a la presión límite, el ratio másico permanece constante.

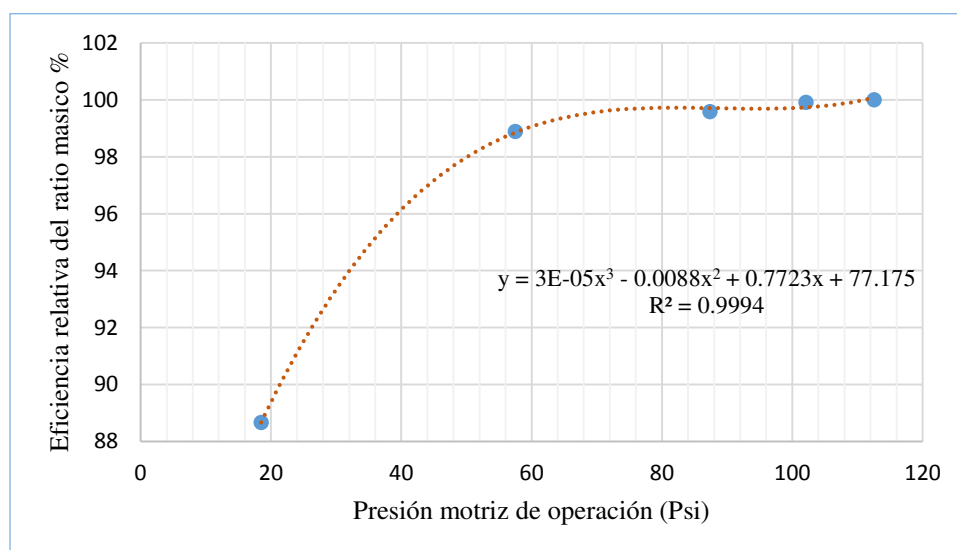


Fig. 5.28. Presión motriz vs Eficiencia relativa de ratio másico

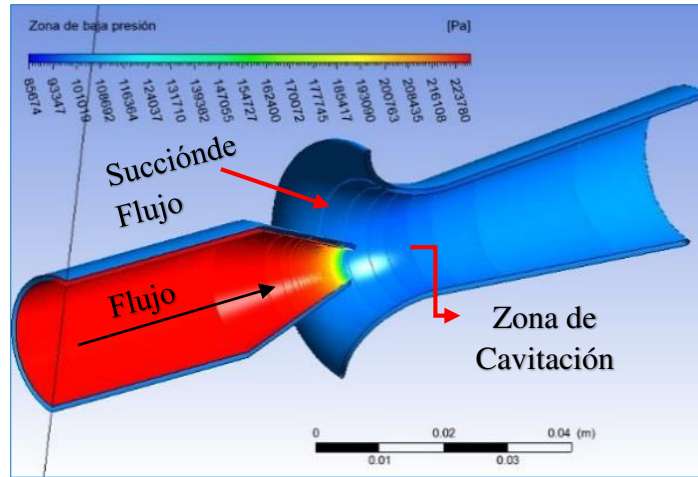


Fig. 5.29. Evolución de la presión en la superficie del sólido

De lo anterior se estima que el rango de operación recomendado es de 127552.99 (18 Psi) a 413685.4Pa (60 Psi), con una eficiencia relativa del ratio másico de 99% respecto a la referencia. En la siguiente tabla se monitorea la evolución de la presión desde una sección antes del plano 3 (sección fuera del difusor hidrodinámico). Para la línea dos como se muestra en la figura 5.21 se identifica que la zona de presiones bajas se da en la garganta del difusor. Para las presiones de 704092.55Pa (102.12 Psi) proporcionadas antes de la boquilla, el sistema disminuye en gran medida la capacidad de succión, se verifica que la presión generado en la sección de la garganta tiende a la presión de vapor.

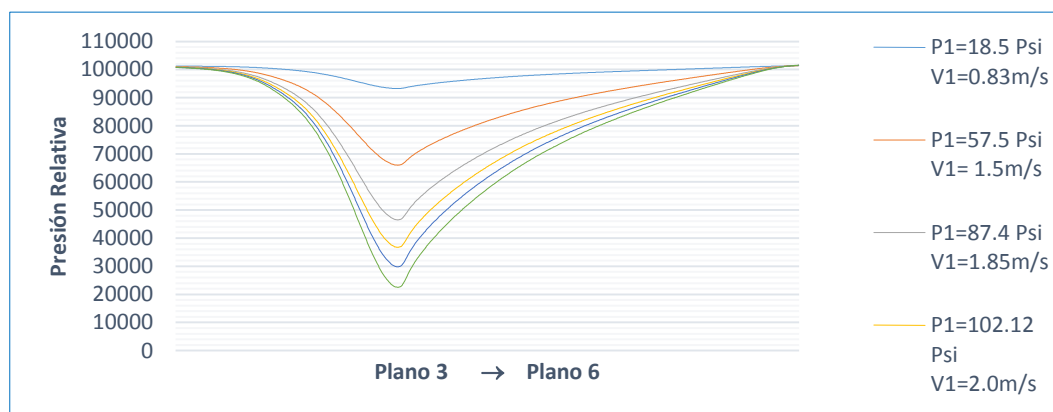


Fig. 5.30. Caída de la presión en la garganta del difusor en función de la velocidad

5.3 Propuestas alternativas para el diseño original.

Durante la concepción del prototipo original, se desconocían las medidas características del dispositivo, por ello se recurrió a realizar análisis y consideraciones de los resultados propuestos para el diseño de equipos que trabajan con el mismo fundamento. Estos

resultados analíticos experimentales generaron una gama de alternativas. La metodología planteada en este trabajo de investigación busca desarrollar la concepción del equipo con mayor eficiencia para procesos de barrido de material particulado. A continuación, se presentan modelos alternativos al modelo original que trabajan con las mismas condiciones de contorno. Para analizar la eficiencia se consideró la variación de los ángulos α_1 y α_2 comparándolos con el modelo original.

a) Ángulo de convergencia α_1

Para este análisis se realizó la comparación entre el modelo original y un modelo con ángulo de convergencia mayor. Se considera el ratio del incremento volumétrico como parámetro de comparación.

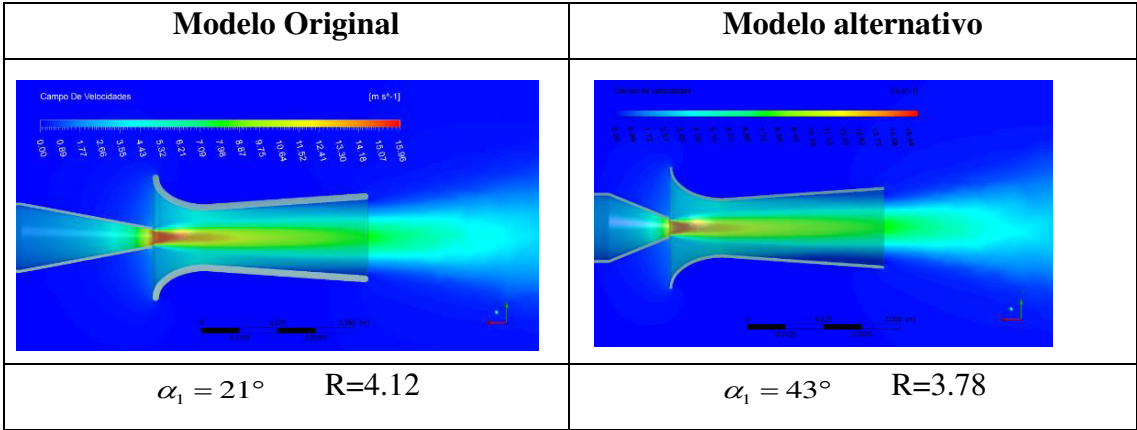


Fig. 5.31. Comparación del perfil de velocidades del modelo original frente a un modelo alternativo.

b) Ángulo de divergencia α_2

La determinación del ángulo de divergencia es de suma importancia para dimensionar la longitud total del inductor hidrodinámico tipo Venturi, un ángulo menor al óptimo genera pérdidas hidráulicas, incrementando la presión en la garganta y por ende el descenso del ratio volumétrico; un ángulo mayor al óptimo genera recirculación en la zona de descarga aminorando el rendimiento del sistema.

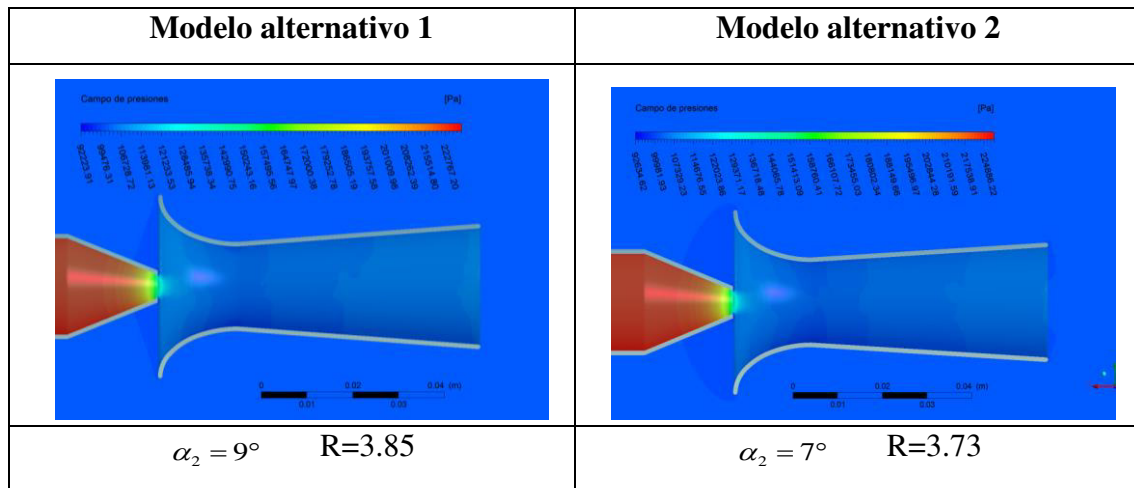


Fig. 5.32. Comparación de la presión relativa de dos modelo alternativos.

Adicional al estudio de la evolución de la presión de recuperación, se analizó la recirculación de flujo en la sección de salida para tres ángulos de divergencia. La evaluación se realizó en tres secciones separadas por 1mm como se especifica en las siguientes gráficas.

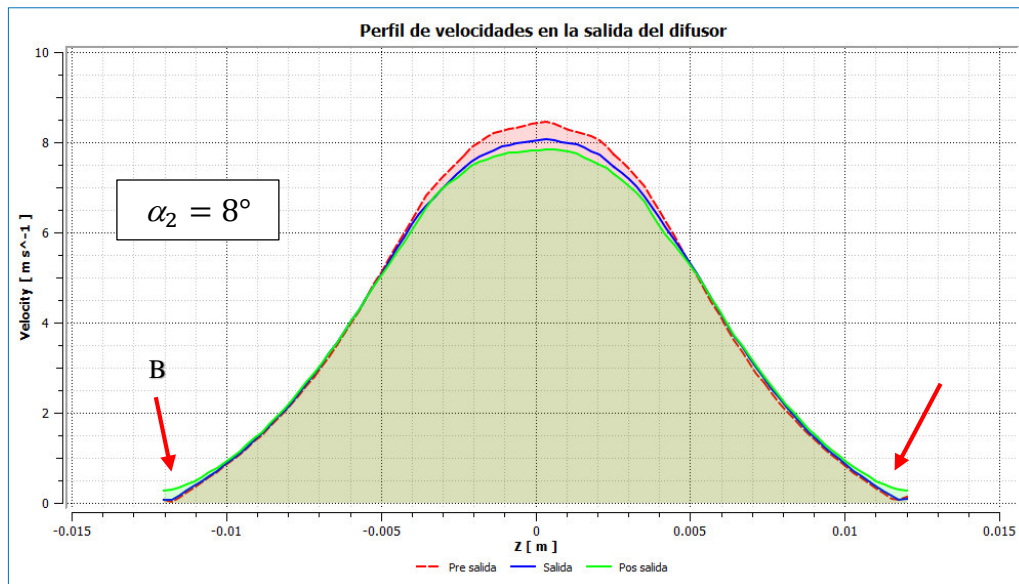


Fig. 5.33. Perfil de velocidades en la sección de salida

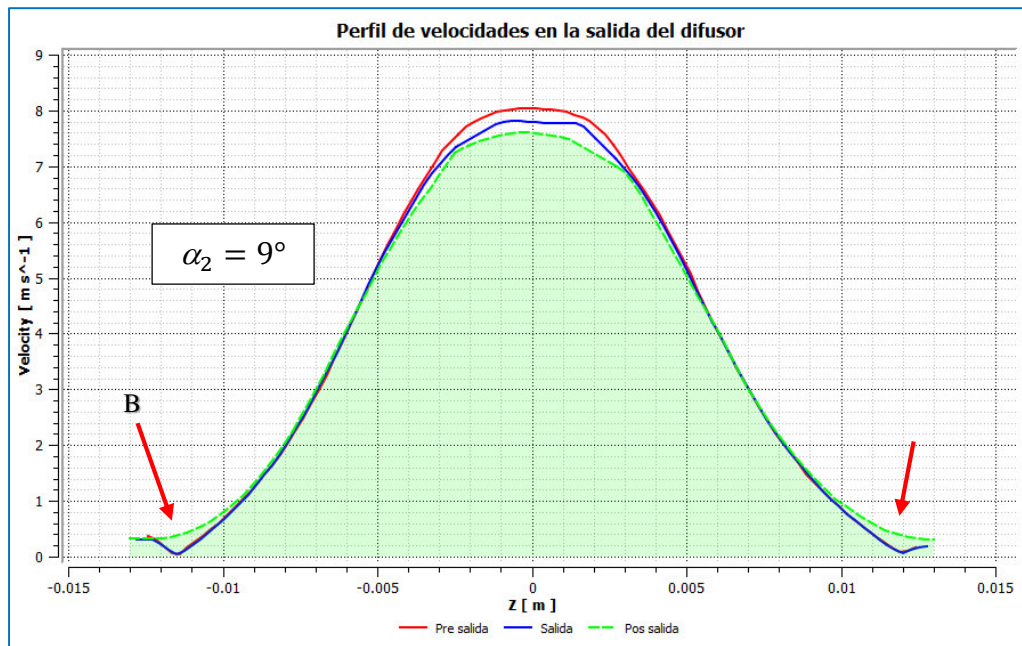


Fig. 5.34. Perfil de velocidades en la sección de salida.

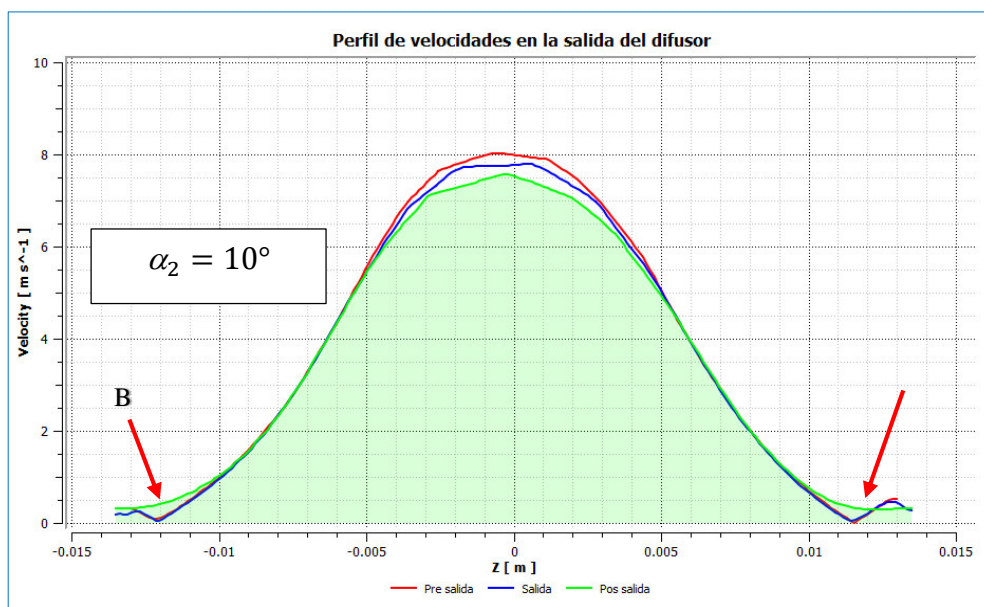


Fig. 5.35. Perfil de velocidades en la sección de salida de la sección cónica divergente.

La sección “B” comprende la región de salida del difusor. Esta sección genera efectos de succión por la alta velocidad que se desarrolla en el núcleo turbulento.

Es de esperarse que, mediante validación experimental se dé la formación de vórtices por efectos de succión a nivel de esta sección.

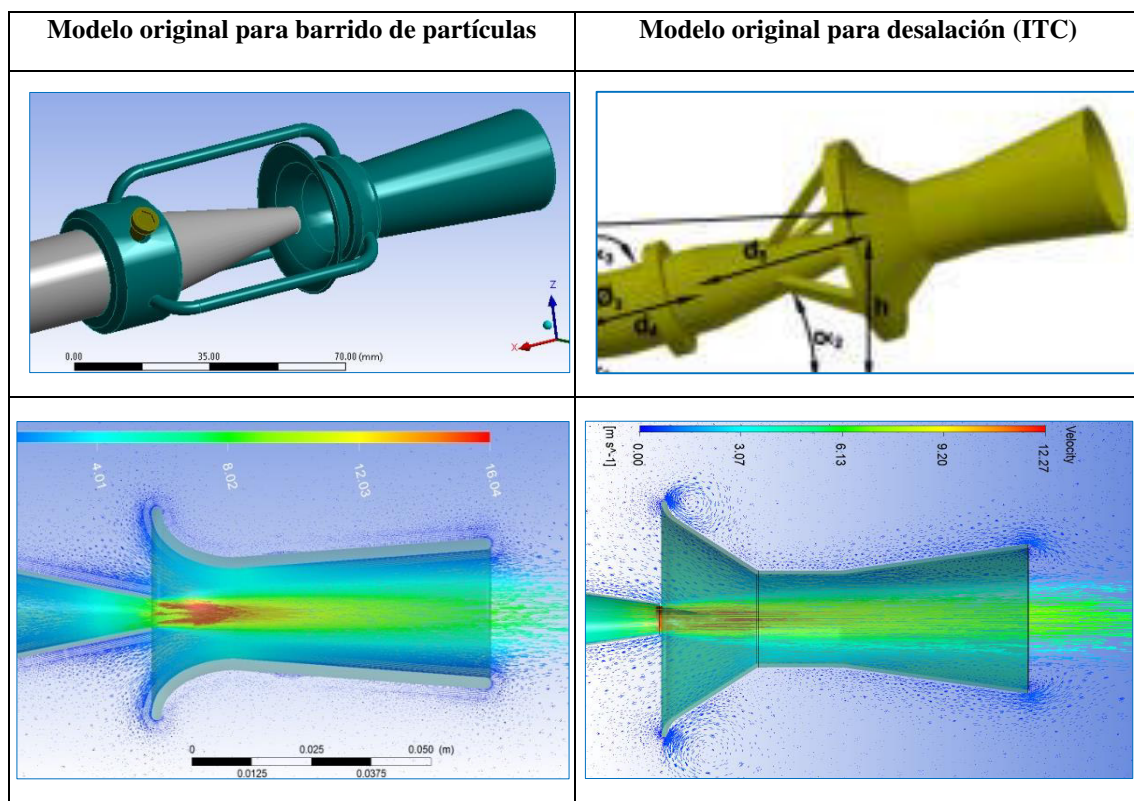
c) Modelo propuesto por Venturi emisarios submarinos

Propuesto, ante el programa nacional de desarrollo experimental España (2012), para mitigar el problema de concentraciones de penachos de sal en el sόcalo continental adyacente a la planta desaladora Maspalomas II, un modelo que carece de análisis hidrodinámico (por su configuración geométrica) para su diseño.

La diferencia fundamental de la aplicación de estos dispositivos a procesos de mezcla yace en que los inductores propuestos por Venturi emisarios submarinos son aplicados a procesos de dilución de la sal, es decir, la sal no necesita ser transportada grandes distancias para “desaparecer” puesto que es soluble, mientras que el material particulado necesita alta energía cinética turbulenta para ser removido y disminuir la concentración global de la cámara de bombeo.

Se realiza un análisis de comparación cualitativa: Desarrollo del perfil de velocidades, evolución de la presión de recuperación y zonas de recirculación.

Se compara las razones de incremento volumétrico como único parámetro valido para la comparación de cuerpos con diferentes dimensiones y puntos de operación (considerando que el diseño propuesto por Venturi emisarios submarinos es el óptimo).



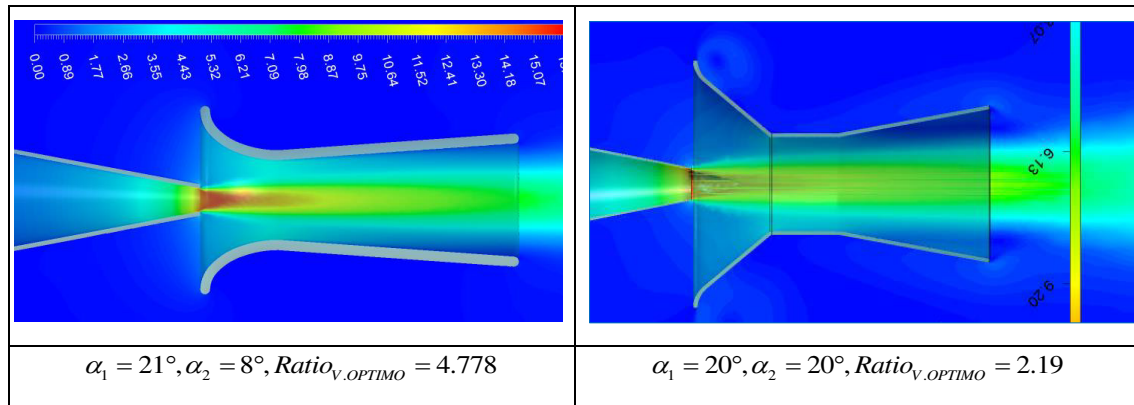


Fig. 5.36. Comparación del modelo original frente al modelo para desalación

El rendimiento de los modelos propuesto para barrido de material particulado en términos de ratio volumétrico óptimo es de 218.173% superior al modelo planteado por el instituto de desarrollo experimental de canarias, esto se debe a que se empleó perfiles hidrodinámicamente correctos en el ingreso del difusor, se evitó la recirculación en la sección de salida mediante la selección adecuada de α_2 , la determinación de la longitud adecuada del difusor para generar la caída de presión necesaria en la sección de la garganta y la recuperación de la presión en la sección cónica con mínimas pérdidas hidráulicas.

5.4 Validación experimental

Se evaluó la eficacia de los difusores Venturi como dispositivos que maximizan la dilución de la concentración de solido en medio acuso mediante técnicas de simulación numérica. Un modelo de simulación con la calibración numérica bien establecida de: estabilidad, consistencia y convergencia, garantiza en gran medida la predicción del fenómeno fluido dinámico de interés.

Se desarrolló un modelo analítico para el diseño del inductor hidrodinámico, fundamentado en la mecánica de fluidos, posteriormente se tomaron los resultados de este modelo teórico para generar un modelo computacional, seleccionando un volumen de control para realizar la simulación numérica.

Los resultados obtenidos de ambas metodología (Analítico y numérico) indican gran correspondencia entre sí, sin embargo es posible evaluar los resultados obtenidos mediante una metodología experimental, evaluando comparaciones cuantitativas y cualitativas para verificar la funcionalidad de los modelos planteados.

La evaluación experimental valida las propuestas anteriores, como sostienen C. Quispe. (2015), J. Gastelo (2018) M. Hequinio (2013) “La evaluación experimental bien desarrollada es irrefutable y valida toda metodología teórica”

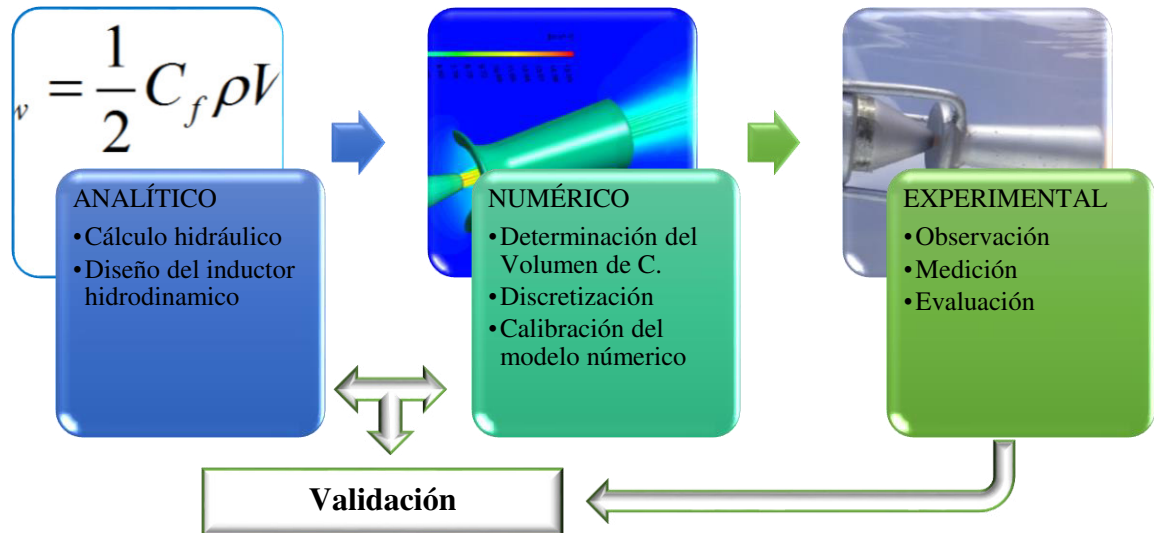


Fig. 5.37. Esquema general de validación experimental

5.4.1 Objetivos específico del modelo experimental

Los objetivos específicos del estudio basado en el modelo físico reducido son: comprobar la existencia del proceso de succión en la zona elíptica, evaluar la eficacia de los difusores Venturi como dispositivos que maximizan la dilución de material particulado en la cámara de ensayo, valorando su capacidad de mejora en los procesos de mezcla y transporte de material particulado.

Los resultados obtenidos de la evaluación experimental en el banco de prueba de dilución hidrodinámica, diseñado en base al modelo analítico propuesto y con las condiciones de operación de diseño, deben ser los suficientemente confiables para validar el modelo de simulación.

5.4.2 Componentes del módulo experimental

La red de tuberías de pvc, junto a las bombas de 0.5 hp se instalan sobre una parrilla de acero, fijando los sistemas mediante pernos de anclaje. El sistema hidráulico está constituido de un sistema de alimentación, cámara de ensayo y una red de evacuación.

En la siguiente distribución se indica a detalle las componentes y su funcionalidad.

Sección	Especificación	Detalle
Cámara de ensayo	Cámara principal donde se desarrolla la evaluación experimental, en esta sección se instala el inductor hidrodinámico.	Plano 1
Cámara secundaria	Cámara de recepción del flujo proveniente de la cámara principal, a la vez esta actúa como fuente para alimentar el inductor hidrodinámico tipo Venturi.	Plano 4
Sistema de alimentación	Red piping que se alimenta al sistema hidrodinámico tipo venturi, tiene como fuente motriz a la bomba de 0.5 hp	Plano 2
Sistema de evacuación	Sistema que retira el flujo volumétrico proveniente de la cámara de ensayo, conduce este gasto hacia la cámara secundaria.	Plano 3
Bombas motriz	Bombas de 0.5 hp, proporcionan el gasto volumétrico para que el sistema pueda iniciar los procesos de barrido de material particulado	Plano 4
Inductor hidrodinámico	Componente multiplicador de gasto volumétrico, compuesto de dos piezas, este sistema trabaja en un medio sumergido.	Plano 4

Las dimensiones del inductor hidrodinámico tipo Venturi puede ser escalada mediante metodologías de similitud física para dimensiones mayores para ser utilizadas en estaciones de bombeo minero.

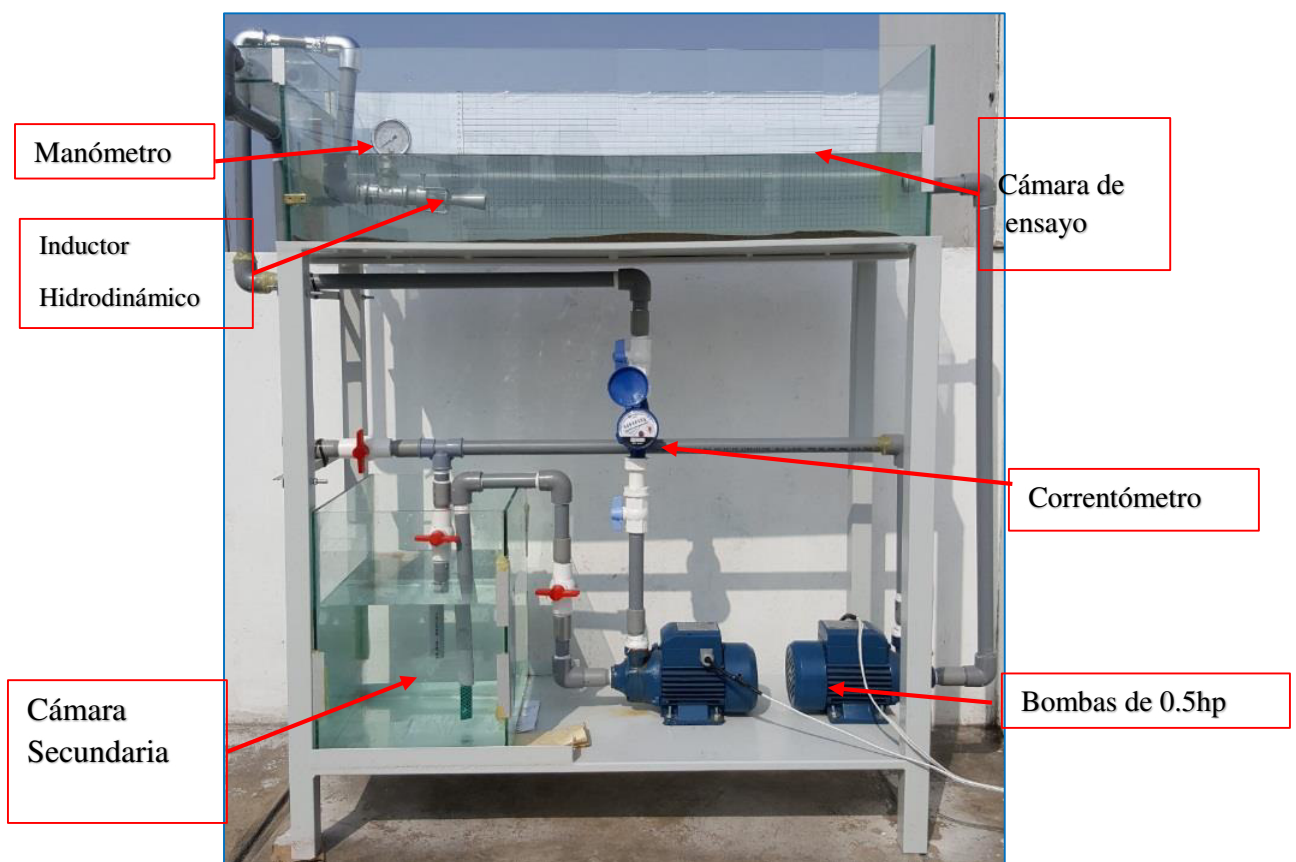


Fig. 5.38. Módulo experimental (elaboración propia)

La cámara de ensayo presenta 1m de largo, 0.3 m de ancho y 0.30 m de profundidad, construido en vidrio para facilitar la visualización de los fenómenos fluido dinámicos desarrollados en el interior, se implementa un plano cartesiano para poder referenciar algunos parámetros de interés, el origen de este plano cartesiano se ubica en la salida de la boquilla de aceleración, respecto a este sistema de referencia, se medirá las longitudes características de interés.

En el eje de las ordenadas, se buscará determinar la altura de sumergencia mínima a fin de evitar la formación de vórtices de segunda clase, en el eje de las abscisas se buscará determinar la energía cinética en la zona de campo lejano.

Sobre la base de la cámara de ensayo paralelo al eje de las abscisas se realizará un monitoreo de la distancia en la que las líneas de corriente tienen la enérgica cinética turbulenta (TKE) capaz de iniciar el movimiento de las partículas sedimentadas.

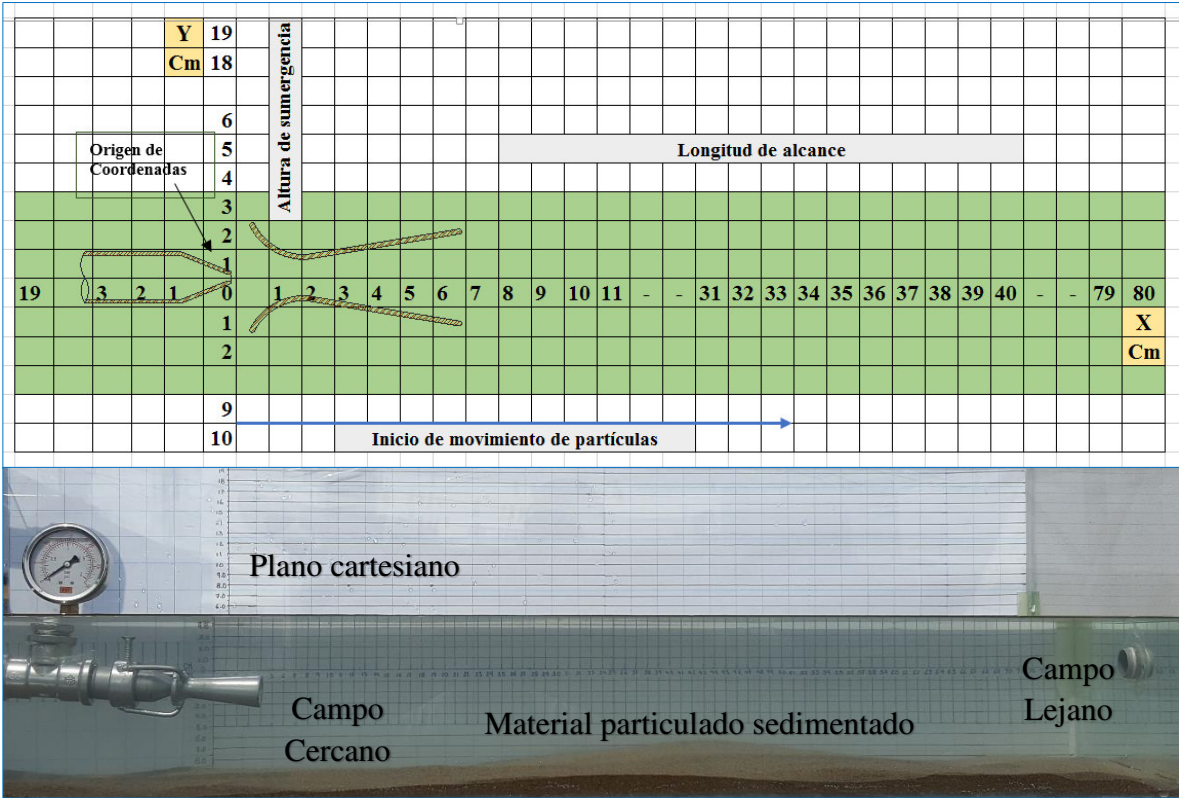


Fig. 5.39. Relación entre el plano de medición y la cámara de ensayo

El en la figura 5.39 se visualiza el inductor hidrodinámico ensamblado, este dispositivo se construyó en base a los resultados del modelo hidráulico planteado en esta tesis de

investigación, el dispositivo fue elaborado en acero estructural ASTM-A36, recubierto por una capa protectora de pintura a fin de evitar la corrosión.

El sistema presenta un seguro que facilita los trabajos de ajuste, y calibración de las distancias durante la experimentación, en la figura 5.40 se visualiza las componentes del inductor hidrodinámico tipo Venturi.



Fig. 5.40. Inductor hidrodinámico tipo Venturi

5.4.3 Análisis experimental

“La visualización se utiliza desde hace mucho tiempo para obtener información cualitativa de los flujos, y ha servido tanto para verificar algunos principios como para descubrir fenómenos nuevos” sostiene *Catalina Stern (2013)* para el estudio de la turbulencia mediante espectros de luz [48]

Se ha podido digitalizar y tratar imágenes por computadora (simulación numérica en Ansys Cfx 17.0), se ha logrado cuantificar algunos fenómenos a partir de los resultados. La consideración más importante al estudiar un fenómeno por visualización es preguntarse cómo se relacionan los patrones reales del flujo con los patrones formados por los trazadores, es decir, qué parte del movimiento está representado en la imagen. Para este trabajo de investigación se utiliza tintas diluidas con igual peso específico que el agua para interpretar el movimiento de las líneas de corriente y las tendencias de los términos convectivos y difusivos.

Se trabajara con tres líneas imaginarias, siendo estas: La línea de corriente es siempre tangente al flujo, la trayectoria es la línea trazada por una partícula fluida en su movimiento y la línea de traza que es la formada por todas las partículas que en un instante inicial pasaron por el mismo punto del espacio.

Como en este caso el flujo es turbulento con altos Reynolds el movimiento es complejo, por lo que las tres líneas son diferentes. Si se introduce el trazador (agua y tinta) en la

cámara auxiliar y se toma una foto con un tiempo de exposición en la cámara de experimentación, la línea dibujada será una trayectoria. Cuando el trazador se inyecta en un mismo punto del espacio de manera continua, la marca dejada por los trazadores es una línea de traza [48].

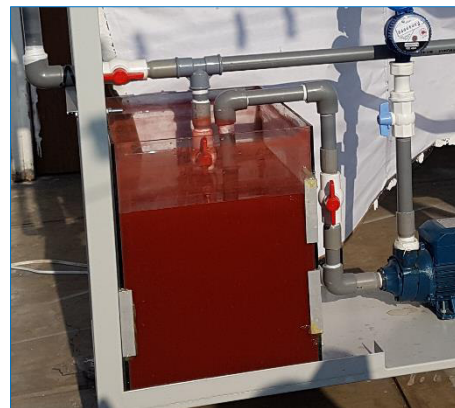
La metodología de análisis consta de tres procesos comparativos, siendo estas: Comparación de parámetros de contorno del funcionamiento, análisis cualitativo del comportamiento hidrodinámico del sistema en la cámara de ensayo, análisis cualitativo del proceso de transporte de material particulado.

a) Análisis cualitativo del funcionamiento hidrodinámico por inyección de tinta

Se planteó utilizar los trazadores para visualizar las tendencias de las tres líneas imaginarias, en esencia, los valores de los pesos específicos del trazador y el agua difieren mínimamente por lo que es válido su uso para el estudio del funcionamiento del sistema hidrodinámico.



a) Trazador azul



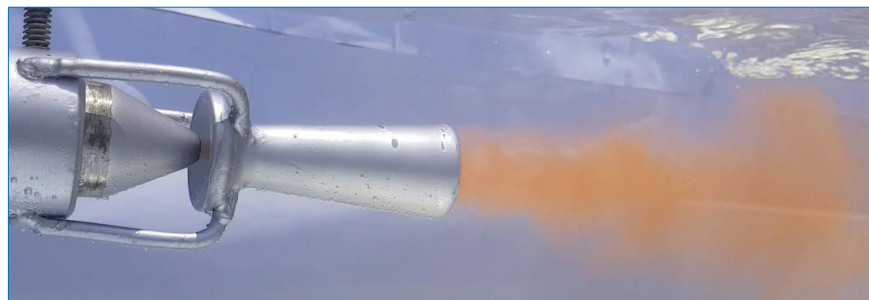
b) Trazador rojo

Fig. 5.41. Trazadores de tinta

Los trazadores son impulsados por la bomba hacia el tanque de ensayo, pudiendo visualizarse las líneas de corriente. Se realiza la comparación de la vena contracta impulsada por un sistema con difusor convencional y con efecto Venturi, se analizará en dos tiempos, en el instante inmediatamente cuando la inyección se efectúa ($t = 2s$) y para un flujo desarrollado con un tiempo de exposición $t = 4s$



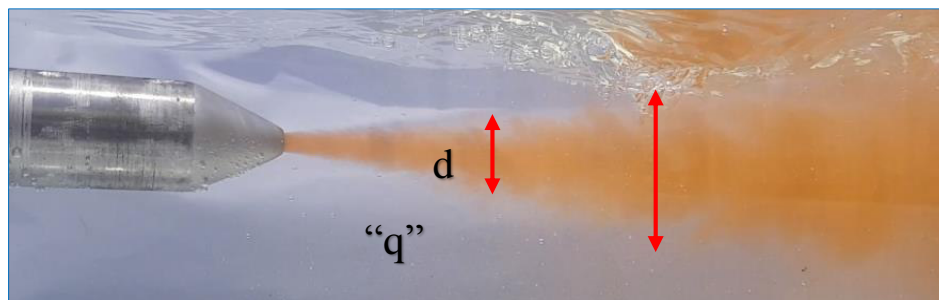
a) Inyección sin Inductor Venturi para $t=2s$



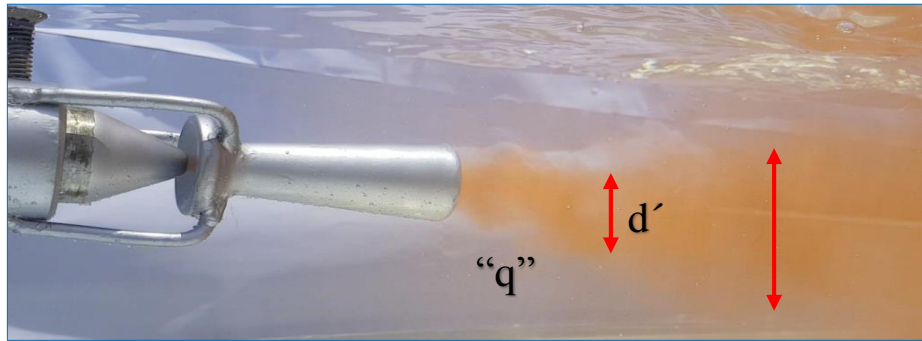
b) Inyección con Inductor Venturi para $t=2s$

Fig. 5.42. Comparación entre dos sistemas de inyección a) sistema sin inducción hidrodinámica b) sistema con inducción hidrodinámica.

El diámetro del núcleo turbulento se incrementa con la utilización del inductor hidrodinámico tipo Venturi, se verifica que la tasa de difusión es mayor cuando se instala el sistema de inducción hidrodinámico, este en consonancia con la propuesta de la ley de fick, el cual sostiene que el sistema tiende a un estado de equilibrio o de concentración constante en todo el volumen de control.



a) Flujo desarrollado sin inductor Venturi para $t= 4 s$



b) Flujo desarrollado con inductor Venturi para $t=4$ s

Fig. 5.43. Comparación entre dos sistemas con flujo desarrollado para $t=4$ s

Se indicó que la “velocidad de transporte” de las partículas que entra a la cámara de ensayo decrece al llegar a las zonas de baja energía cinética turbulenta, generando el inicio del sedimentación de material particulado.

En un sistema sin inducción hidrodinámica el tiempo de difusión de la mezcla es mayor en comparación a un sistema con inducción hidrodinámica. En la figura 5.43 se describe lo siguiente: la zona “q” de la figura 5.43 (b) presenta menor energía cinética turbulenta.



a) Sin inductor $t=5$ s



b) Con inductor $t=5$ s

Fig. 5.44. Comparación del tiempo de difusión (véase sección interior del círculo rojo)

Se evaluó la velocidad con las que el sistema se homogeniza en la cámara de ensayo, tomando como referencia $t=5$ segundos. Un sistema con inducción hidrodinámica minimiza el tiempo de mezcla, esto en razón de 4:1, el análisis cualitativo realizado verifica esta conclusión (véase figura 5.44)

Para el siguiente análisis, mediante la utilización de un tubo de Pitot, se analiza la velocidad puntual el cual genera una elevación de 13 cm sobre el eje, para este caso la velocidad puntual es 1.59 m/s. considérese que el análisis numérico trabaja con las ecuaciones promediadas de esfuerzos de Reynolds, por lo que es aceptable la variación.

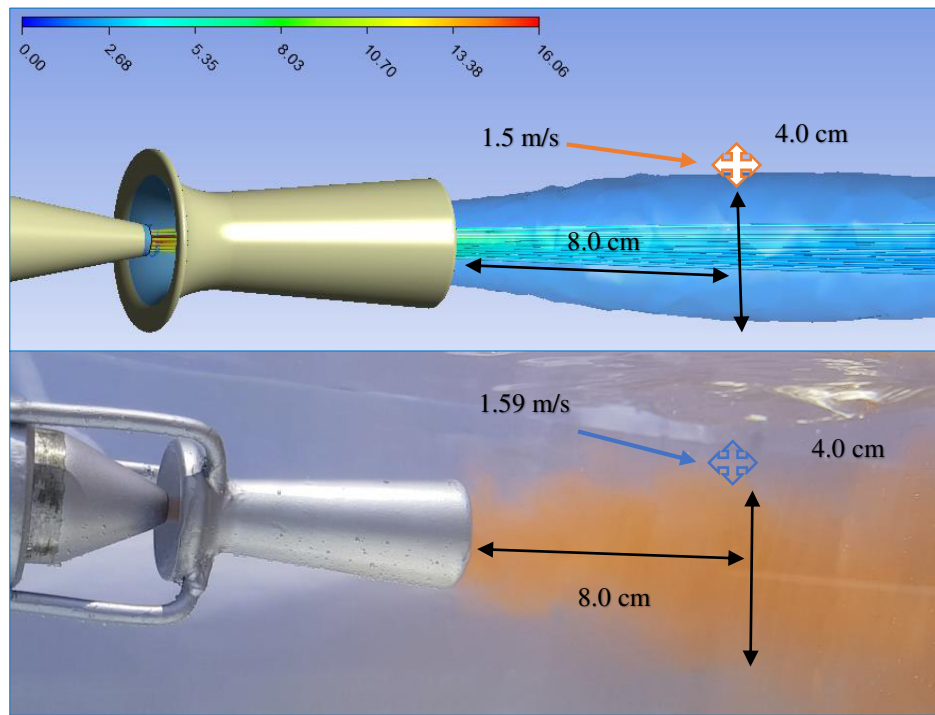


Fig. 5.45. Comparación entre dos iso superficies entre el modelo numérico y el modelo experimental

El modelamiento numérico planteado es una aproximación adecuada por lo que se justifica la utilización del modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ realizable puesto que predice de mejor manera el núcleo turbulento.

Las escalas grandes contienen la mayor cantidad de energía, estas transmiten su energía sobre los remolinos de menor dimensión hasta llegar a las escalas de Kolmogorov, donde la disipación es por la naturaleza viscosa.

b) Análisis de movimiento de material particulado

Las líneas de corriente como tal, transportan determinadas propiedades fluido dinámicos, en base a las formulaciones de la mecánica de fluidos para la ecuación de transporte de Reynolds. En este ensayo se consideró trabajar con arena, con diámetro representativo de 0.5 mm, se introdujo en la cámara de ensayo 4 Kg de material particulado fino.

De los resultados analíticos de la sección 2.2 se determinó que la velocidad crítica en promedio es 0.34 m/s; aquella región que supere esta velocidad tiene la capacidad de generar movimiento del material particulado con el diámetro característico establecido.

Se realiza análisis mediante espectros de luz el comportamiento de la iniciación de movimiento y erosión en la base de la cámara de ensayo [49]. Este modelo experimental

deberá validar la estimación semi empírica de las propuestas realizadas por Marza y García, el modelo logarítmico y la ecuación empírica HEC-18.

Iniciado el proceso de movimiento de partículas, el modelo teórico experimental propuesto por Mayer, Peter y Müller Van Rijn estiman que en promedio las líneas de corriente generan un flujo de sólido específico de 0.45 Kg/s. Se analizará la permanencia de los sólidos suspendidos y la configuración terminal de las trazas.

Se sigue un procedimiento de análisis para evaluar los procesos de decantación, mediante la utilización de la luz, generando espectros de trazas. La evaluación consta de 6 etapas de visualización, desde la etapa de encendido hasta la etapa de decantación, como se verifica en las figuras 5.46 y 5.47

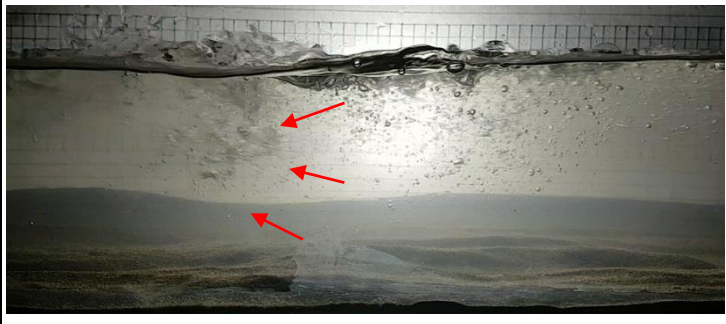
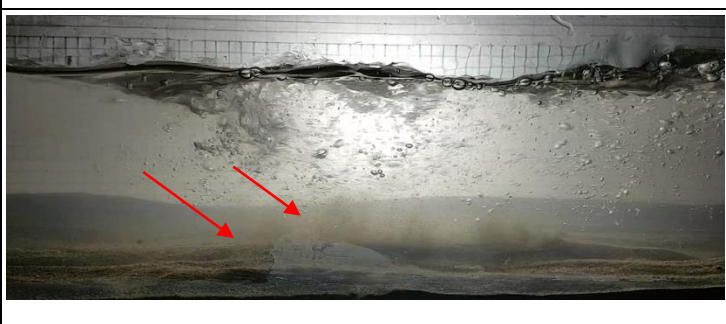
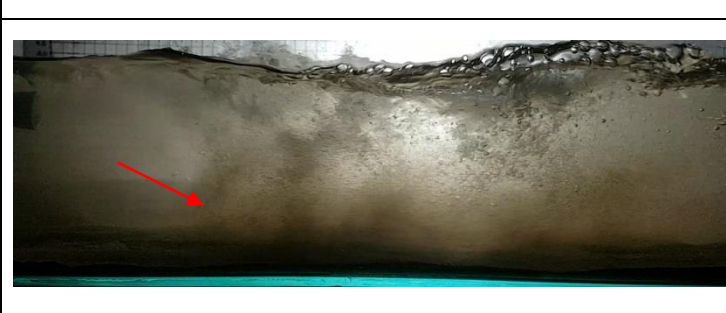
	<p>Etapa 1.0: El flujo acelerado ingresa hacia la cámara de ensayo, se genera ingreso de burbujas al interior de fluido. El lecho de la cámara no registra actividad dinámica.</p>
	<p>Etapa 2.0: Las primeras líneas de corriente que superan las velocidades de 0.34 m/s tocan la base de la cámara de ensayo, el movimiento de las partículas es inminente.</p>
	<p>Etapa 3.0: En el lecho de la cámara las velocidades superan los 0.78 m/s generando erosión y desprendimiento de las primeras capas de sedimento.</p>

Fig. 5.46. Espectros de luz aproximados de la interacción sólido- agua

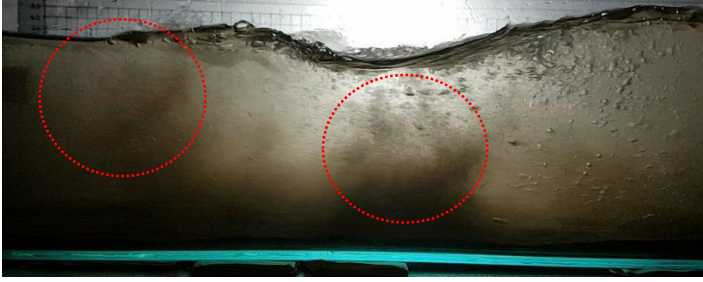

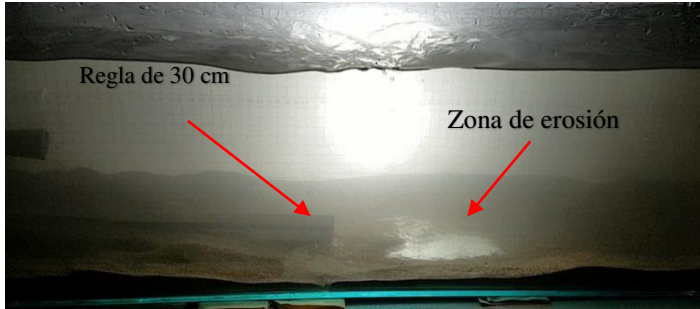
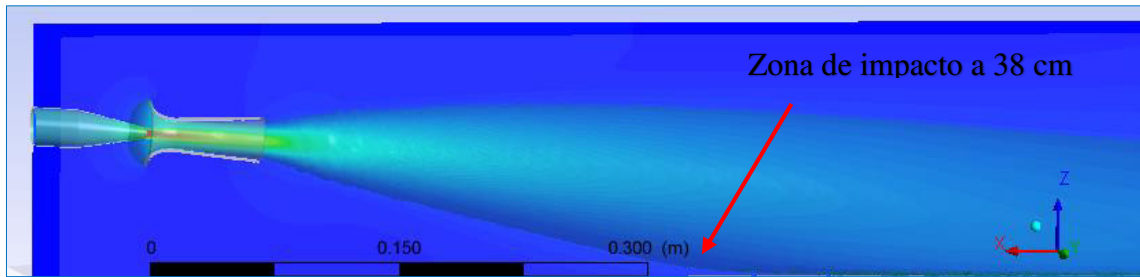
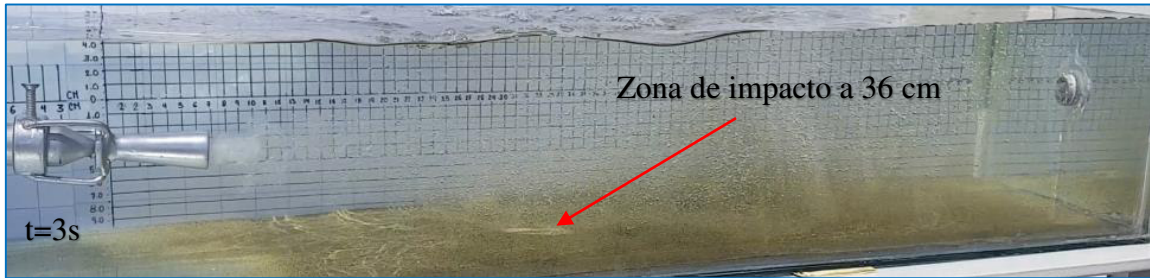
	<p>Etapa 4.0: El sistema genera patrones de trazas, distribuye el material particulado hacia los extremos, o hacia las zonas de menor energía cinética turbulenta</p>
	<p>Etapa 5.0: Desactivado el sistema, las partículas se aceleran hasta la velocidad límite, en cortos periodos el material suspendido decanta en el lecho de la cámara de ensayo.</p>
	<p>Etapa 6.0: Se verifica las trazas dejadas por las líneas de corriente sobre el lecho, se verifico que la zona de mayor incidencia inicia a los 30 cm Aproximadamente.</p>

Fig. 5.47. Espectro aproximado de la tendencia de movimiento de partículas

En la imagen 5.48 se muestra la comparación entre el modelo experimental y el modelo de simulación numérica en Ansys Cfx 17.0. La evaluación consta del análisis de tres tiempos consecutivos, se evalúa el inicio de movimiento del material particulado en el lecho de la cámara de ensayo, se analiza la capacidad de mantener suspendido a las partículas del material particulado y posteriormente se analiza a la energía cinética turbulenta (TKE) como medio que posibilita la homogenización del medio.



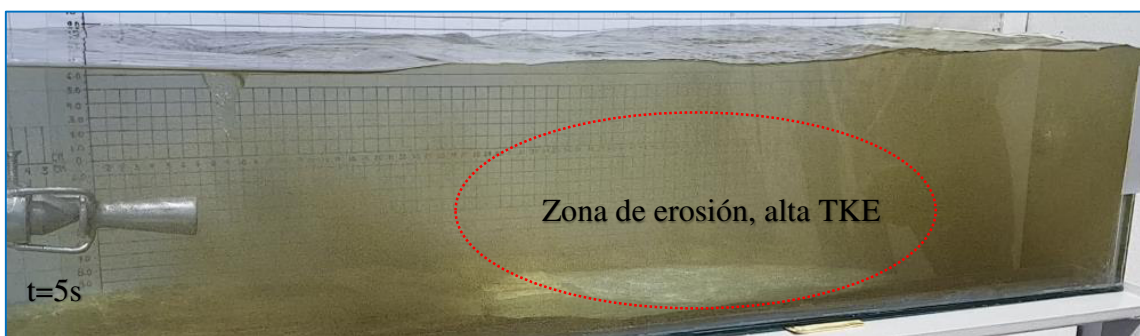
a) Modelo numérico



b) Inicio de movimiento de material particulado



c) Mezcla solido - agua



c) Zona de erosión con alta energía cinética turbulenta

Fig. 5.48. Comparación del modelo numérico con el modelo experimental y análisis cualitativo de la energía cinética turbulenta para el proceso convectivo.

d) Análisis de la altura de sumergencia y formación de vórtices libres

La formación de los remolinos es un fenómeno incidental, el origen de este fenómeno está en función de varios factores. Abecés basta una impulsión o una disimetría de la disposición para provocar la rotación del líquido que genera el remolino de succión, sin embargo el factor de mayor contribución es la energía cinética suministrada por el chorro inductor [58]. Este hecho algunos autores interpretaron como una evidencia de que la gradiente de la energía cinética tiende a igualarse en el chorro y en el vórtice (Levi, 1972).

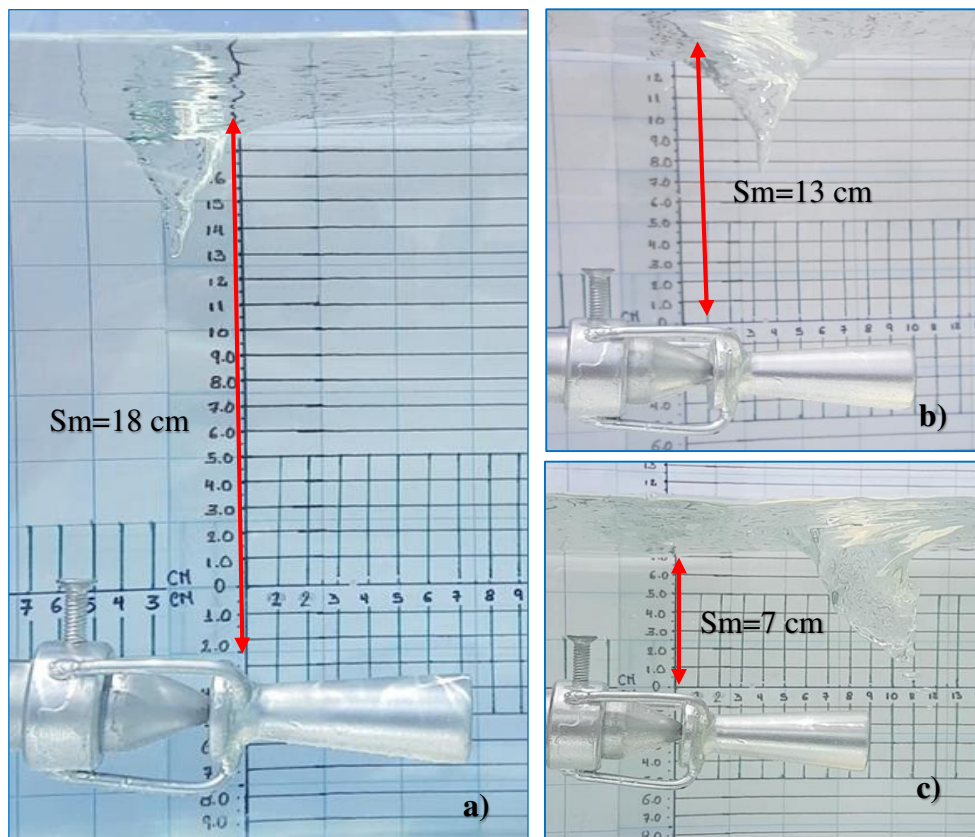


Fig. 5.49. Formación de Vórtices a) Vórtice de primera clase b) Vórtice de segunda clase c) Vórtice de tercera clase

Existe una relación dinámica entre el chorro y el vórtice, esta relación puede deducirse del siguiente análisis: el chorro convergente (boquilla aceleradora) y el difusor divergente (sección cónica) poseen una variación de cantidad de movimiento, esta variación incide directamente sobre la fuerza centrífuga existente en el interior del vórtice, de ser así el vórtice es alimentado por el chorro por transferencia de cantidad de movimiento. Para determinar la altura de sumergencia se realiza el siguiente procedimiento experimental.

Se mide la altura en las que aparecen los vórtices de diferentes clases. Para una altura de sumergencia de 7 cm se verifica que se forman vórtices de tercera clase. Para este tipo de vórtices, el ingreso de aire al seno del fluido es inminente. Para una altura de sumergencia de 13 cm se forman los vórtices de segunda clase, estos son hendiduras de la parte central del vórtice, no implican mayor riesgo para el sistema; la formación de vórtices se forman hasta una altura de 18 cm, al incrementar esta altura se hacen imperceptibles las hendiduras propias de un vórtice.

En base a las formulaciones propuestos por dos institutos experimentales (Véase sección 3.7.2) se elaboró una tabla experimental para determinar el coeficiente se sumergencia.

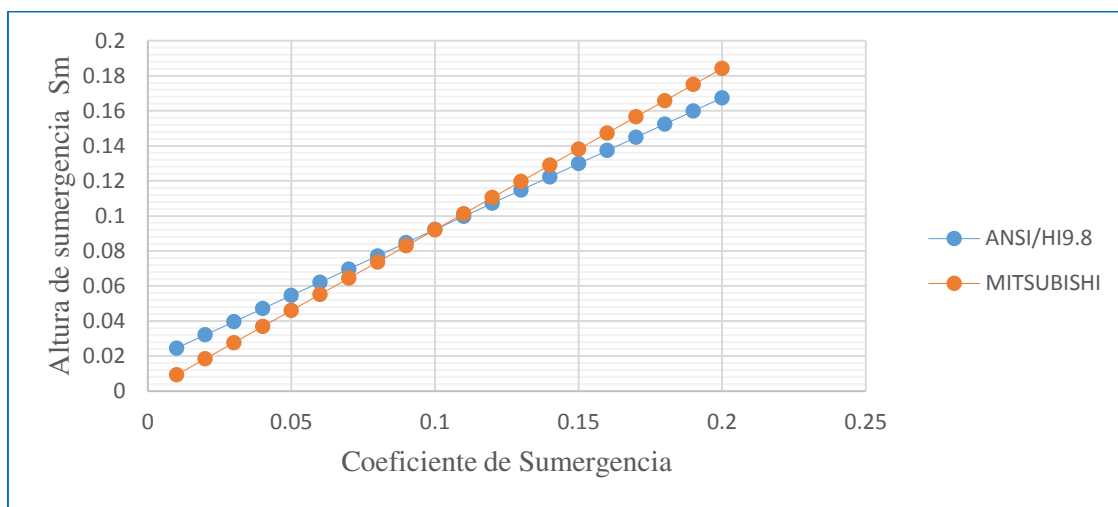


Fig. 5.50. Altura de sumergencia vs coeficiente de sumergencia

De la evaluación experimental, haciendo uso de las propuestas analíticas para la altura de sumergencia, se verifica que la formación de vórtices de segunda clase se da para alturas mayores a 13 cm, para esto caso el coeficiente de sumergencia será $\phi = 0.15$. Por lo tanto se presenta la formulación analítica para la altura de sumergencia, aplicado a inductores hidrodinámicos tipo Venturi.

Ecuación modificada de MITSUBISHI	Ecuación modificada de <i>American National Standard for Pump Intake Design</i>
$S_m = 0.15 \frac{V^2}{2g}$	$\frac{S_m}{d_{ducto}} = 1.0 + 0.15 \frac{V^2}{\sqrt{gd_{ducto}}}$

Tabla. 5.19. Nuevas fórmulas para la altura de sumergencia aplicados a inductores hidrodinámico tipo venturi

Las buenas prácticas durante la instalación y operación de estos sistemas, llevan a solicitar las exigencias mínimas de seguridad. Para alturas menores a la altura de sumergencia se genera ingreso de aire hacia el sistema, estas burbujas viajan dentro del seno del fluido pudiendo ingresar hacia las tuberías de succión de las bombas estacionarias (en este ensayo experimental las burbujas ingresan hacia la zona de succión del sistema de evacuación).

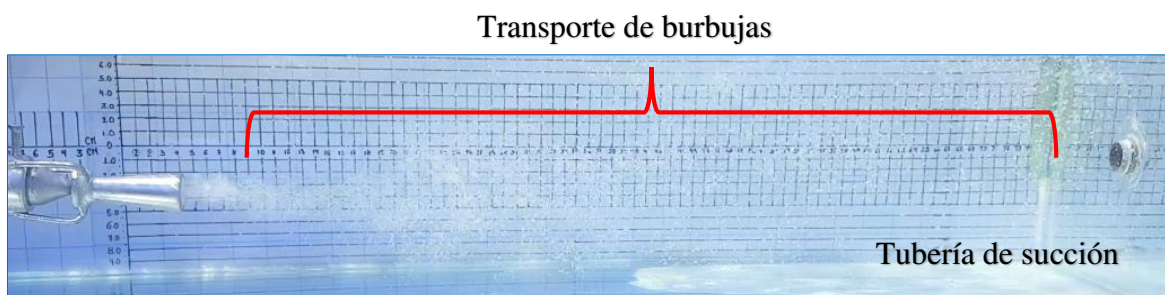
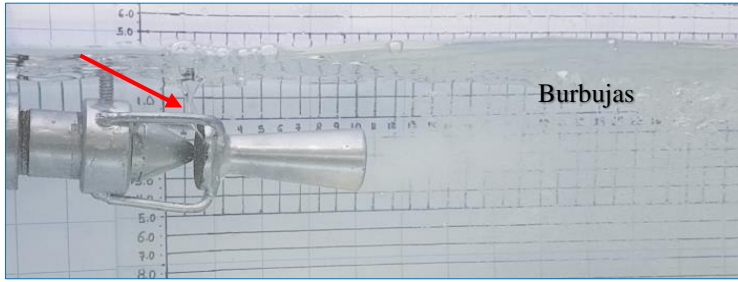
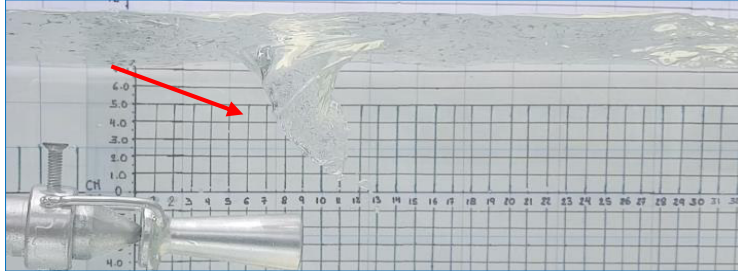
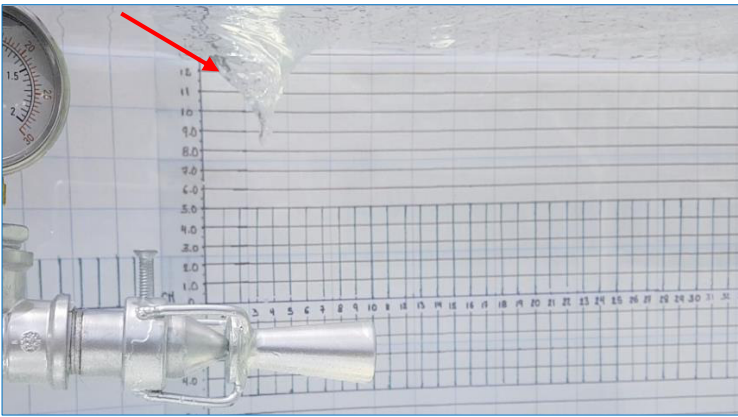


Fig. 5.51. Movimiento de burbujas en el volumen de control

	<p>Sm=2.0 cm: La intensidad de formación de vórtices es permanente, las líneas de ingreso de aire genera burbujas con potencial de generar cavitación en las bombas estacionarias.</p>
	<p>Sm=7.0 cm: Se incrementa las dimensiones del vórtice, el ingreso de burbujas al sistema es inminente.</p>
	<p>Sm=12.0 cm: La formación de vórtices son de segunda clase, no logra ingresar burbujas de aire hacia el sistema, cumple con las condiciones mínimas de sumergencia.</p>

e) Criterios de instalación y buenas prácticas de operación

La experiencia que tuvo el titular de esta tesis en el ámbito minero le llevo a verificar las condiciones más críticas de trabajo en los procesos de bombeo en interior mina, a la vez se pudo verificar la irregularidad hidráulica de las cámaras de bombeo y la configuración fractal de los sedimentos con las que se trabaja. El desafío de proteger las bombas estacionarias es crucial para un desarrollo adecuado del departamento de operación y explotación.

En tal sentido se ve conveniente adicionar conceptos referidos a las buenas prácticas de instalación y operaciones de los sistemas de inducción hidrodinámica.

La presión motriz límite deberá ser 413685 Pa (60 Psi), es preciso el arreglo en serie con el propósito de barrer la mayor área posible. A continuación se muestra un banco de sistemas de inducción hidrodinámica tipo Venturi.

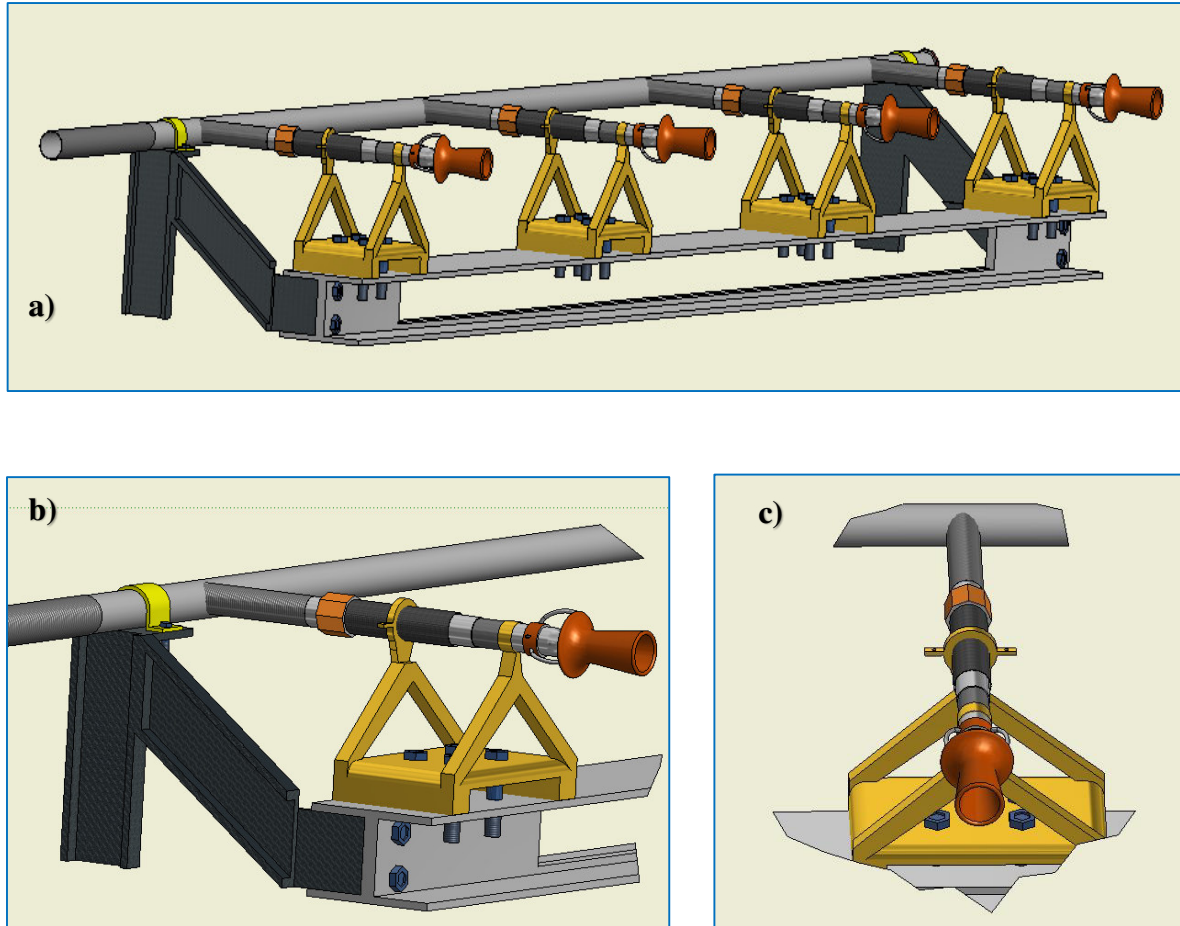


Fig. 5.52. Ensamble de un tren de 4 inductores hidrodinámicos tipo Venturi

a) Vista isométrica b) ensamble vista perfil c) ensamble vista frontal

5.5 Limitaciones del estudio

- a) Para la discretización del volumen de control, no es posible realizar un mallado muy fino (que supere los 11 millones de elementos), por ello el mallado se realiza con el criterio de independencia de malla, limitándonos utilizar hasta 10 millones de elementos; esto por la capacidad de los procesadores con las que disponemos.
- b) Se tuvo que simplificar la geometría del inductor hidrodinámico, eliminando del volumen de control los soportes que fijan al difusor sobre la bocina. Esta implicancia no genera mayor variación de resultados; de considerar estos accesorios en el estudio de simulación incrementaría el costo computacional innecesariamente.
- c) La ausencia de equipos para realizar análisis de espectros de luz para interpretar patrones de flujo e interacción con las partículas de sólido.

- d) La construcción del prototipo de inducción no es preciso, por la limitación económica que demanda realizar piezas de alta calidad (manufactura de la zona elíptica y acabados).
- e) La utilización de equipos de medición son susceptibles a generar errores de 0.25% como correntómetro, manómetro y tubo de Pitot.
- f) La imprecisión de la medición para la concentración de mezcla acuosa en la zona de campo lejano, determinando valores aproximados al 5% en sólidos.
- g) No se consideró la interacción de la configuración fractal de los sedimentos con las líneas de corriente para procesos de barrido de sedimentos. Por esta limitación no se realizó el estudio del movimiento para materiales cohesivos.

5.6 Relación de resultados con estudios precedentes

- a) El instituto experimental de canarias (España) propone que los sistemas más eficientes generan ratios de incremento volumétrico de 4 unidades de impulsión por unidad motriz. En este trabajo de investigación determinamos la relación de 4.23:1
- b) En este trabajo de investigación determinamos que la velocidades máximas permitidas en la tubería de alimentación es de 2.10 m/s (para este valor las presiones caen hasta llegar a la presión de vapor en la garganta), mientras que D. Juan Manzano Juárez (2008) en sus tesis doctoral “Análisis de inyector Venturi y mejora de sus instalación en los sistemas de riego localizado” determinó que la velocidad máxima en la zona de alimentación es de 2.16 m/s (velocidad que genera cavitación).
- c) La firma Sprayins Systems Co. y Schutte y Koerting, determinaron que los mezcladores de tanque con mayor eficiencia generan razón de recirculación volumétrico de 4.1:1, en este trabajo de investigación determinamos ratios volumétricos de 4.23:1

5.7 Aplicaciones e implicaciones de los resultados

Básicamente el estudio plantea la utilización de estos equipos para procesos de barrido de material particulado en pozas de bombeo minero, sin embargo la aplicación se podría dar a todo evento de mezcla o dilución de sólidos en un medio acuoso que requiera velocidades altas de las líneas de corriente (alta energía cinética turbulenta), como pozas de bombeo agrícola, cámaras de agitación con coagulantes.

En definitiva, que la tecnología de efecto Venturi para barrido de material particulado y como sistema de protección de bombas estacionarias, es viable económicamente y de

mayor efectividad que los jet de vacío convencionales. Este sistema genera un incremento del flujo neto impulsado con alta energía cinética turbulenta, adicional a ello el sistema genera bajo costo de equipamiento, infraestructura y mantenimiento (no cuenta con partes móviles) y por tanto apoya en la iniciación de recirculación para material particulado, disminuyendo la concentración global del medio acuoso, generando de esta manera una concentración tolerable por las bombas estacionarias, contribuyendo de esta manera al incremento de la vida útil de la bomba estacionaria y al mantenimiento de la cámara de bombeo minero.

5.8 Análisis comparativo de las metodologías realizadas

El modelo analítico propuesto en la sección de diseño hidráulico determinó los parámetros fluido dinámicos de presión y velocidad en el ingreso del sistema.

En la simulación numérica se introduce la presión total en la entrada del inductor y la presión atmosférica en la sección de salida, la plataforma deberá resolver las ecuaciones que determinen la velocidad, incluso en la sección de ingreso, posterior al análisis de simulación los valores fluido dinámicos de velocidad y presión serán validados mediante la medición directa en el banco de ensayo.

a) Comparación cuantitativa

El diagrama de flujo para la siguiente tesis de investigación plantea desarrollar un modelo teórico en su etapa inicial, posterior a ello se diseña el volumen de control y la metodología numérica en la plataforma de simulación Ansys CFX 17.0. Los resultados obtenidos guardan correspondencia entre cómo se verificó en los apartados anteriores. Determinado la metodología analítica y numérica se procede a construir un módulo experimental, esperando que esta valide las propuestas anteriores.

La metodología analítica se desarrolló en el capítulo 3.0 mientras que la propuesta numérica se plantea en el capítulo 4.0 tomando como condiciones de contorno los valores especificados en la tabla 4.4

En la tabla 5.20 se verifica las comparaciones de los resultados propuestos por las tres metodologías, los parámetros comparativos son la velocidad, presión y flujo volumétrico de agua. Del cálculo de la hidráulica de tuberías, la presión y velocidad en el ingreso del sistema es de 127.55299 KPa y 0.836 m/s respectivamente, estos valores generan resultados para el gasto volumétrico de 0.2895 l/s .

Los valores de contorno para el modelo numérico es la presión (127.553 Kpa) generando como resultados los valores para la velocidad y flujo volumétrico de 0.864 m/s y 0.2919 l/s respectivamente. Durante la evaluación experimental se verifico que el manómetro registra valores de 127.553 KPa (18.5 Psi) cómo se verifica en la tabla 5.20. De modo experimental se determina el flujo volumétrico de 0.2927 l/s

Parámetro Inlet	Analítico	Numérico	Experimental
Presión	127.553KPa	127.553K Pa	125.4846 KPa
Velocidad	0.836 m/s	0.864 m/s	0.845 m/s
Caudal	$2.895 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$	$2.919 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$	$2.927 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$



Tabla 5.20. Comparación de parámetros para los tres modelos

En la tabla 5.21 se compara los errores de truncamiento para los modelos planteados, verificándose gran correspondencia entre sí.

parámetro	Error de truncamiento Analítico	Error de truncamiento Numérico
Presión	1.62%	1.62%
Velocidad	1.06%	2.19%
Caudal	1.09%	0.27%

Tabla 5.21. Comparación de errores para los modelos planteados

En la figura 5.53 se muestra la comparación cualitativa del desarrollo de flujo y la zona de impacto con la energía cinética turbulenta necesaria para generar el arrastre de material particulado, esta fuerza hidrodinámica presentara la carga energética sufriente para remover partículas con dinámetros menores a 0.5 mm

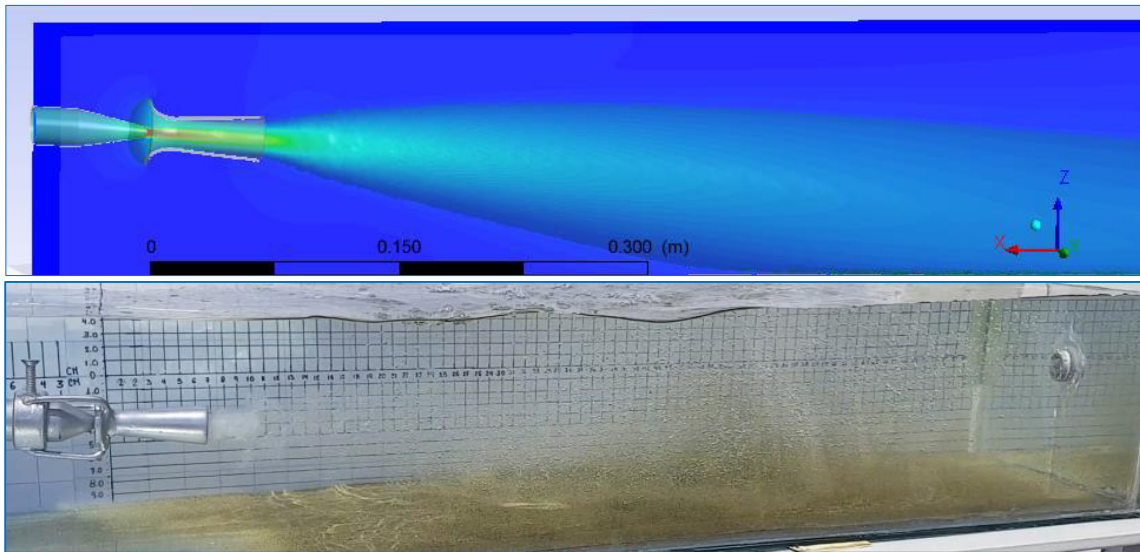


Fig. 5.53. Comparación cualitativa de la energía cinética turbulenta, iniciando el proceso de barrido de material particulado en la cámara de ensayo.

b) Discusión de resultados de los modelos propuestos: analítico, numérico y experimental.

Por su naturaleza los fenómenos experimentales de inducción hidrodinámica generados mediante la aplicación de los inductores tipo Venturi, son de carácter estocástico, mientras que las evaluaciones analíticas y numéricas son de carácter determinista.

La implicancia del comportamiento estocástico indica que el fenómeno fluido dinámico generar resultados diferentes, estas siempre cercanas a un valor promedio, este análisis es en cuestión meramente estadística y probabilística; mientras que el comportamiento determinístico del fenómeno fluido dinámico implica que los resultados siempre serán lo mismo, indistinto al número de experiencias realizadas, siempre que conserve las condiciones de contorno y valores iniciales del modelo analítico o numérico.

Los resultados del modelo analítico se basan en la aplicación de las ecuaciones que rigen la mecánica de fluidos, siendo aceptadas de manera universal. Las presiones negativas generadas en la garganta del inductor hidrodinámico, en efecto generan el flujo de una corriente proveniente del medio circundante, que para ciertas condiciones de contorno queda establecido los resultados invariantes en el tiempo.

El modelo numérico consiste en que las ecuaciones diferenciales de la mecánica de fluidos son resueltos de manera algebraica mediante el uso de una metodología numérica, este procedimiento se realiza en la plataforma computacional Ansys CFX 17.0.

La evaluación numérica se desarrolla con los mayores estándares que implica una simulación en ingeniería, estas desde la etapa de diseño CAD del volumen de control, mallado del medio continuo, configuración de las condiciones de borde, determinación de los modelos de turbulencia y la evaluación de resultados. Sin embargo existe los errores de truncamiento, donde se verifica que los resultados numéricos difieren de los resultados analíticos, se verifica que los errores de truncamiento están por debajo de los valores máximos, por lo que se acepta los resultados numéricos (véase tabla 5.21). Como se muestra en la conclusión N° 03 referido sobre la evaluación experimental como propuesta que valida al modelo numérico, los resultados obtenidos mediante la metodología experimental muestran que: los valores de la presión, velocidad y el flujo volumétrico, son similares a los obtenidos en las propuestas de los modelos analítico y numérico, por lo que la evaluación de algún parámetro que dependa de estos, serán válidos en la metodología numérica.

Se realiza una comparación cualitativa del comportamiento numérico de la pluma de impacto con los resultados de la evaluación experimental (comparación grafica), se verifica lo siguiente: la sección en la que las líneas de corriente impactan sobre el lecho de la cámara de ensayo con la energía suficiente para iniciar el movimiento de un grupo de material particulado es aproximadamente 36 cm (respecto al eje de referencia especificada), mientras que la metodología numérica sostiene que el evento se efectúa a 38 cm los resultados experimentales generan errores de truncamiento por debajo del límite máximo, de esta manera la validación experimental es apropiada.

CONCLUSIONES

1. Sobre el desarrollo del modelo analítico.

- Se determinó que la aplicación de perfiles aerodinámicos a este proceso hidrodinámico mejora en gran medida la eficiencia del sistema.
- Se plantea la metodología de transporte de material particulado para material discreto, obviando la configuración fractal de la misma.
- Se determinó una formulación analítica experimental para la altura de sumergencia.

2. Sobre el desarrollo del modelo numérico y simulación

- La metodología numérica emplea un mallado máximo de 10 millones de elementos, con los que se determina la independencia de malla. Con la calidad del mallado para el Skewness de 0.9 y máximo aspect ratio de 14.45 con los que se determina un error de discretización menor al 1%.
- Se aplica las ecuaciones del modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ para el cierre de las ecuaciones del modelo RANS, adoptando el valor de la altura adimensional $y^+ = 30$ para la aproximación de la capa límite.

3. La evaluación experimental como propuesta que valida al modelo numérico.

- Las presión del modelo numérico es $P_{num} = 127.553 KPa$ (determinado en el modelo analítico) mientras que la presión experimental es $P_{exp} = 125.4846 KPa$
- La velocidad numérica determinada es $V_{num} = 0.864 m/s$ mientras que la velocidad experimental determinada es $V_{exp} = 0.845 m/s$
- El gasto volumétrico mediante la metodología numérica es de $Q_{num} = 2.919 \times 10^{-4} m^3/s$ mientras que los resultados experimentales estiman que el gasto volumétrico es $Q_{exp} = 2.927 \times 10^{-4} m^3/s$.
- Las velocidades analítica promedio del jet inductor es $V_{jet} = 14.85 m/s$ mientras que la evaluación experimental presenta $V_{jet,exp} = 14.9 m/s$
- La sección de impacto que supera la energía cinética turbulenta (TKE) necesaria para generar el barrido de material particulado determinada mediante la metodología numérica es de 38cm, mientras que la evaluación experimental determinó la zona de impacto crítico a una longitud de 36cm (véase figura 5.48)

4. Sobre las condiciones adecuadas de funcionamiento del inductor.

- Se determinó que el rango de operación para la presión es de 124.106 KPa (18psi) a 413.685 KPa (60 psi), para los valores menores a 124.106 KPa (18 psi) el sistema reduce la capacidad de succión, mientras que para valores mayores a 413.685 KPa (60 psi) el incremento del ratio volumétrico neto es insignificante. Para las presiones mayores a 689.476 KPa (100 psi) el sistema corre el riesgo de generar el fenómeno de la cavitación en la zona de mayor presión.
- El sistema demanda una velocidad del jet inductor superior al 11 m/s, cumpliéndose para este trabajo de investigación.
- Se determinó una formulación experimental para la altura de sumergencia, este evita la formación de vórtices de tercera clase (vórtices que genera el ingreso de burbujas de aire al seno del fluido), para este trabajo de investigación se determinó que la altura de sumergencia mínima el cual es 12 cm (véase figura 5.51).
- La velocidad de interés en la zona de impacto deberá superar 0.35 m/s (condición de arrastre para partículas menores a 0.5mm)

5. Eficacia de los mezcladores hidrodinámicos, como dispositivo que maximizan la dilución de sólidos en las cámaras de bombeo minero.

- Los inductores hidrodinámicos con difusor son más eficientes que los sistemas de inyección convencional, puesto que el vertido sin ningún tipo de sistema difusor genera plumas de impacto con menor flujo volumétrico.
- La utilización de inductores hidrodinámicos tipo Venturi, genera ratios de flujo volumétrico neto de 4.23
- La energía cinética turbulenta transmitida al flujo circundante genera el transporte de material particulado con granulometría menores a 0.5mm.
- La impulsión de un flujo volumétrico bajo en concentración de sólidos, realizadas por las bombas principales, contribuye a la conservación, funcionalidad y confiabilidad de la misma.
- Se verificó mediante los procedimientos experimentales que se evita la decantación de sólidos. Por ende contribuye al mantenimiento de la cámara de bombeo.
- Los costos de instalación de los inductores hidrodinámicos tipo Venturi son menores en comparación a otros sistemas de mezcla.
- Por su configuración práctica, los inductores hidrodinámicos pueden ser instalados en zonas que impliquen alto riesgo para cualquier sistema de mezcla.

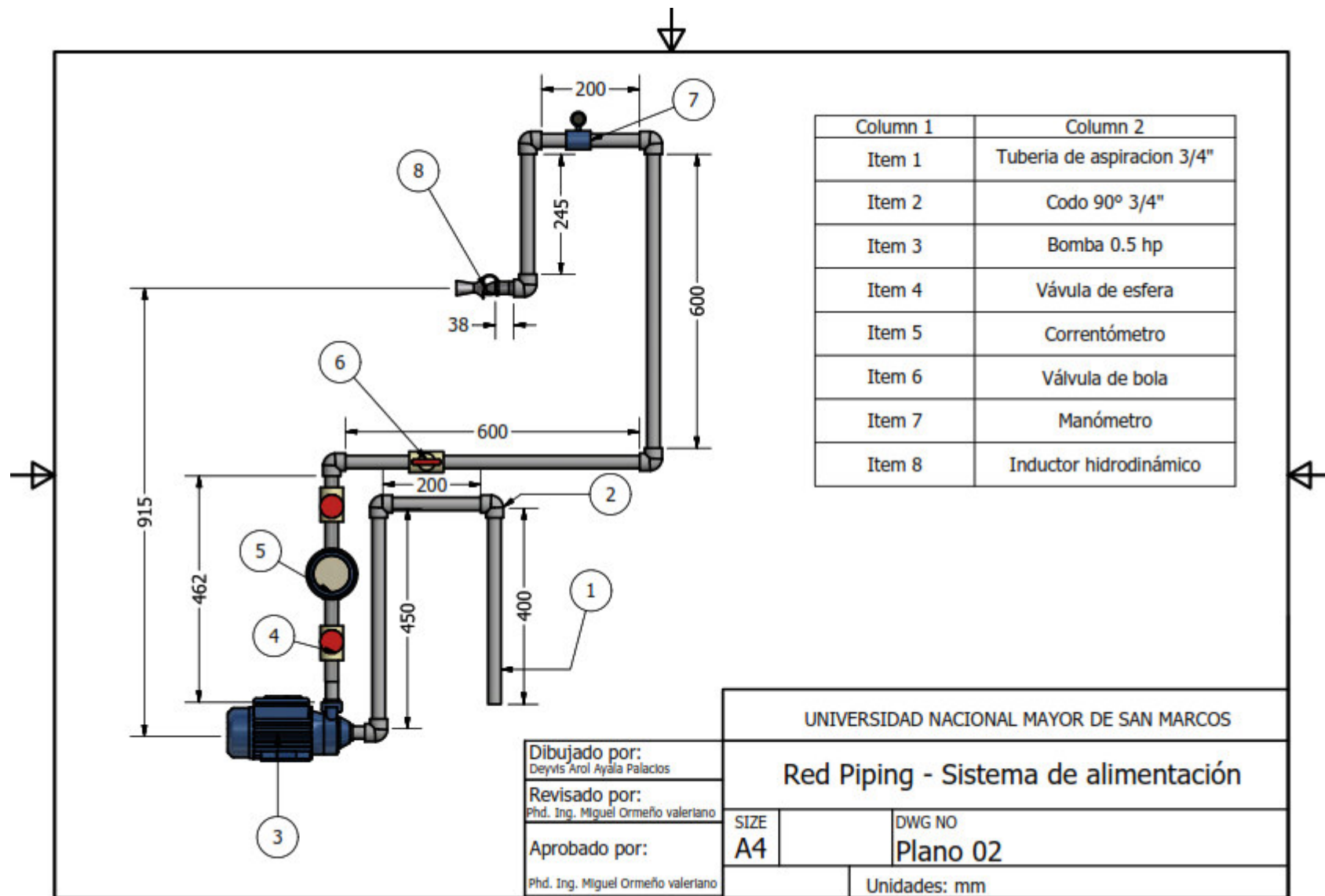
- La concentración de sólidos en la zona de succión (campo lejano), cerca de la tubería de aspiración (véase cámara de ensayo) son menores a al 5%.
- La impulsión de una mezcla acuosa con concentraciones tolerable por el sistema (menores al 5%) disminuye el desgaste prematuro de los componentes interno.
- Los sistemas de bombeo incrementan la vida útil, por ende la confiabilidad en la operación.
- El sistema de inducción hidrodinámica impulsa parte del material solido – liquido hacia el sistema exterior, contribuyendo de manera significativa a la conservación de la cámara de bombeo minero.

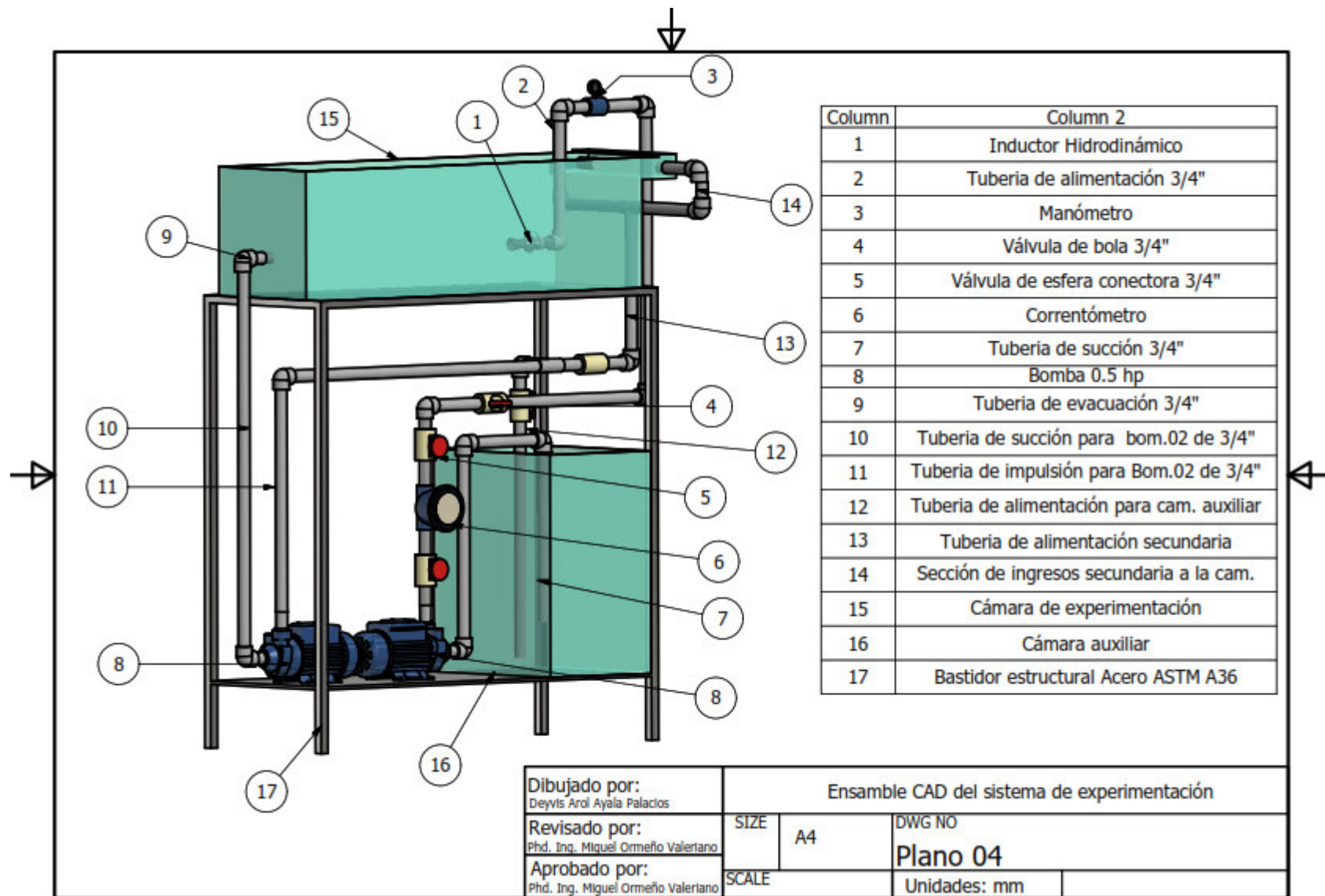
RECOMENDACIONES

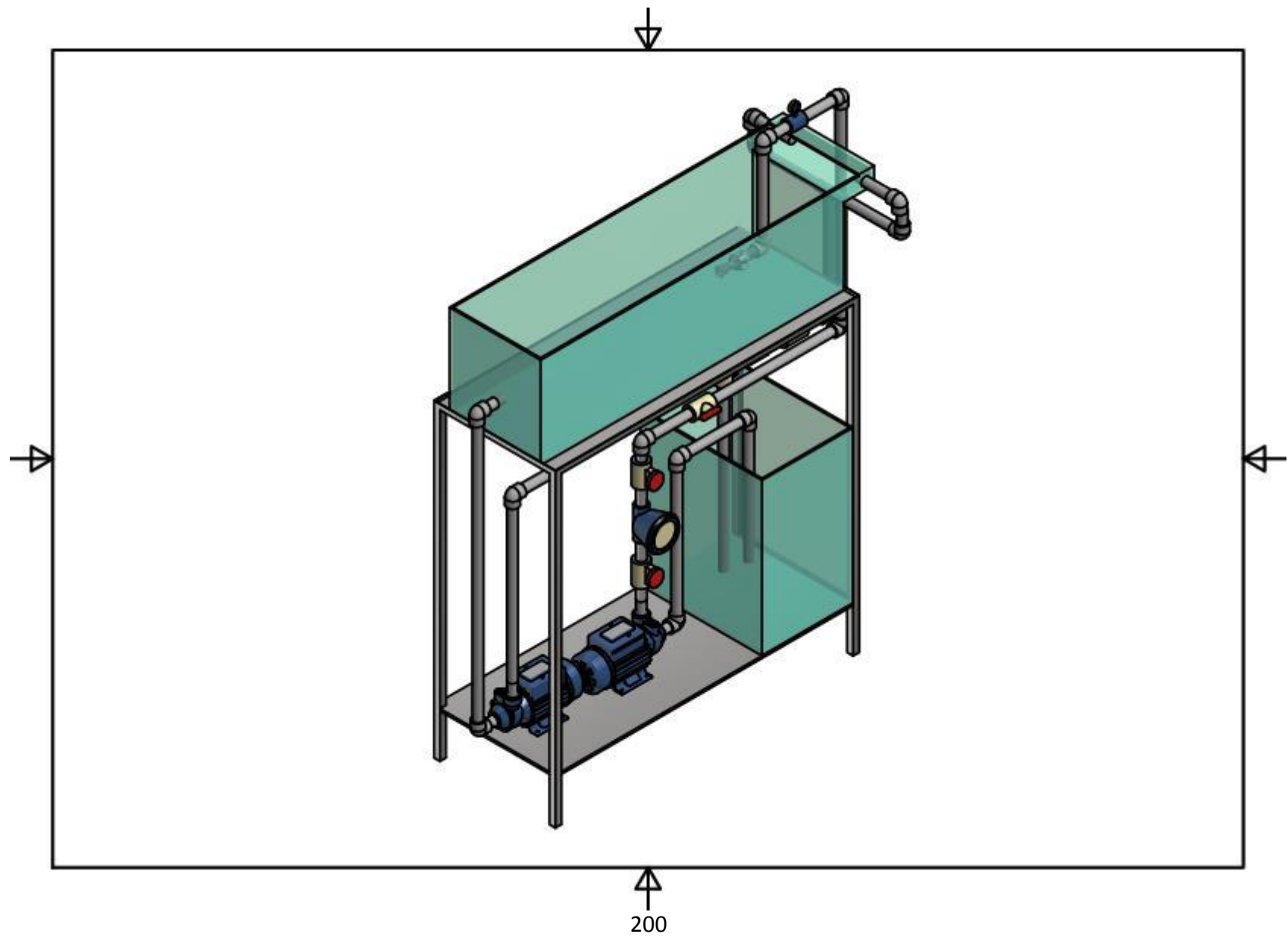
Se tiene las siguientes recomendaciones para el diseño, construcción y operación de los dispositivos hidrodinámicos tipo Venturi en estaciones de bombeo minero.

1. Se propone realizar análisis de similitud física para escalar equipos de otras dimensiones en base a lo determinado en este trabajo de investigación.
2. Realizar evaluaciones experimental para determinar las condiciones de borde con mayor precisión, y de esta manera mejorar la simulación del modelo de estudio
3. Realizar la simulación numérica empenado una malla estructurada a lo largo del volumen de control.
4. Evitar las curvas vivas, puesto que estos genera desprendimiento de flujo y por ende el incremento de pérdidas hidráulicas.
5. Respetar las alturas de sumergencia obtenidas en la evaluación experimental propuesta en esta tesis. Las alturas de sumergencia obtenidas en este trabajo es un punto de equilibrio entre conservar la capacidad de almacenamiento de agua y evitar el ingreso de aire al sistema.

ANEXO







BIBLIOGRAFÍA

- [1] Anderson, J.D. (1995) *“Computational fluid dynamics the basics with applications”* McGraw-Hill. Nueva York.
- [2] Ivan Paul Barreda (2010) *“Estimación de parámetros reológicos de pulpas minerales a diferentes concentraciones de sólidos”* Santiago de Chile.
- [3] Rodrigo Hernández, William Calderón, Ramón fuentes (2010) *“Modelamiento de flujos de pulpas de cobre en cajones de distribución”* Lima- peru
- [4] Baha Abulnaga (2002) *“Slurry systems handbook”* McGraw-Hill. Nueva York.
- [5] Casey, M. V. (2002). *“Validation of turbulence models for turbomachinery flows a review”*. En Engineering turbulence modelling and experiments 5, proceedings of the 5th International symposium on Engineering turbulence modelling and measurements Elsevier. Mallorca.
- [6] Fernández Oro, Jesús Manuel. (2012). *“Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos: Introducción a la dinámica de fluidos computacional (CFD) por el método de volúmenes finitos”*. Barcelona.
- [7] Mataix, Claudio. (2001). *“Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas”*. Segunda edición, Oxford University EE.UU.
- [8] Potter, M.; Wiggert, D. (1997) *“Mecánica de Fluidos”*. Segunda edición. Prentice Hall. México.
- [9] Shames, Irving H. (1995) *“Mecánica de Fluidos”*. Tercera edición. McGraw-Hill. Colombia.
- [10] Yunus A. Cengel John M. Cimbala (2006). *“Mecánica de Fluido fundamentos y aplicación”*. Segunda edición. Prentice Hall. México.

- [11] Frank M. White (2008). *“Mecánica de Fluidos”*. Sexta edición. McGraw-Hill. España
- [12] Antoni Euszczeński (1999) *“Redes industriales de tubería, bomba para agua, ventiladores y compresores. Diseño y construcción”* España.
- [13] G. Palau Salvador, P. González Altozano, J. Arviza Valverde (2007) *“Numerical modeling of cavitating flows for simple geometries using FLUENT V6.1”* Universidad politécnica de valencia - España
- [14] Xingfa Huang, Guangyong Li, Miao Wang (2009) *“CFD simulation to the flow field of Venturi injector”* China Agricultural University, Beijing
- [15] Guan Heng Yeoh, Chaoqun Liu, Jiyuan Tu, Victoria Timchenko (2012) *“Computational Fluid Dynamics and Its Applications 2012”* Australian Nuclear Science Technology Organisation (ANSTO) – Australia
- [16] Ahmet Baylar, M. Cihan Aydin, Mehmet Unsal, and Fahri Ozkan (2009) *“numerical modeling of Venturi flows for determining air injection rates using fluent v6.2”* Estambul , Turquía.
- [17] ANSYS CFX 14.5(2014) *“Fundamentos teóricos para la simulación fluido dinámica en ANSYS CFX”* Lima – Perú
- [18] D. Juan Manzano Juárez (2008) *“Análisis del inyector Venturi y mejora de su instalación en los sistemas de riego localizado”* Universidad Politécnica de Valencia – España.
- [19] J.A. Sayago Peñaloza (2001) *“Estudio del efecto de la forma y el tamaño de las partículas sobre la velocidad de sedimentación gravitacional de suspensiones”* Caracas – Venezuela.
- [20] Roberto R. Filgueira, Yakov A. Pachepsky, Lidia L. Fournier, Mirta G. García & Guillermo O. Sarli1 (2006) *“Sedimentación de partículas con distribución de tamaño fractal”* Revista Brasileira de Ingeniería Agrícola y ambiental

- [21] Sociedad Nacional de MINERIA PETROLEO Y ENERGÍA <http://www.snmpe.org.pe/> , Revista virtual Lima-Peru 2017
- [22] Jorge Arturo Perez P. (1981) *“Manual de tratamiento de aguas”* Universidad Nacional Medellín Colombia.
- [23] Unidad de apoyo técnico para el saneamiento básico del área rural UNASTABAR (2005) *“Guía para el diseño de desarenadores y sedimentadores”* Lima Perú
- [24] SIMONS, D. SENTURK, F. *“Sediment transport technology”* USA, Water Resources Publications, For Collins-Colorado-1977
- [25] Instituto tecnológico de canarias *“Eficacia de eductores Venturi frente a los difusores convencionales en vertidos mediante emisarios submarinos”* Gobierno de Canarias – España 2012.
- [26] American Society of Mechanical Engineers, Measurement of Fluid Flow in Pipes Using Orifice, Nozzle and Venturi, ASME Standard MFC-3M-1989, Reaffirmed 1995.
- [27] Igor J. Karassik, Joseph P. Messina, Paul Cooper, Charles C. Heald (1986) *“Pump handbook”* tercera edicion Washington, D.C
- [28] Coutier-Delgosha, O. Fortes-Petella y R Reboud, J.L. (2003) *“Evaluation of the turbulence model influence on the numerical simulation of unsteady cavitation”* ASME Journal of fluid engineering.
- [29] Xue-Guan Song, Joon-Hong Park, Seung-Gyu Kim, Young-Chul Park (2011) *“Performance comparison and erosion prediction of jet pumps by using a numerical method”* , Department of Mechanical Engineering, Dong-A University, Busan 604-714, Republic of Korea.

- [30] Najam Beg, Celtec (2012) *“The applications of surface jet pump technology to increase oil & gas production”* Washington, D.C
- [31] Richard g. Cunningham (1989) *“Jet Pump Theory”*
- [32] Chia-An Wan (1964) *“A Study of Jet Ejector Phenomena”* The Aerophysics Department Mississippi State University.
- [33] Satish P. Mehta B. Engg., M.S. University of Baroda, India, (1963) *“A study of water jet pumps”* Kansas State University Manhattan, Kansas.
- [34] Francisco Javier Domínguez S. (1959) *“Hidráulica”* Santiago de Chile.
- [35] B. Munson, D. Young, T. Okiishi (1974) *“Fundamentos de mecánica de fluidos”* Estados unidos de Norteamérica.
- [36] Klaus A. Hoffman y Steve T. (2000) *“Chiang. Computational Fluid Dynamics Volume I”* Texas: Jeanie Duvall dba SciTech Computer Typesetting of Austin.
- [37] ANSI. ANSI/ISA-S75.02.1996 *“Control Valve Capacity Test Procedures”*. North Carolina, 1996.
- [38] HENDERSON, A.D. y otros. (2007) *“A Numerical Study of the Flow through a Safety Butterfly Valve in a Hydro-Electric Power Scheme”*. 16th Australasian Fluid Mechanics Conference. Gold Coast.
- [39] CHAIWORAPUEK, Weerachai (2007) *“The Engineering Investigation of the Water Flow pass the Butterfly Valve”*.
- [40] JEON, S Y, J Y YOON, y M S SHIN. (2010) *“Flow characteristics and performance evaluation of butterfly valves using numerical analysis”*. 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. IOP Publishing Ltd.

- [41] DEL TORO, Adam. (2012) “*Computational fluid dynamics analysis of butterfly valve performance factors*”. Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica. Utah: Utah State University.
- [42] PREMA, B. (2010) “*Design optimization of butterfly valve using CFD*”. Proceedings of the 37th National & 4th International Conference on Fluid Mechanics and Fluid Power. Chennai.
- [43] DAWY, A. y otros. (2013) “*A Numerical Investigation of the Incompressible Flow through a Butterfly Valve Using CFD*”. International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering III, N° 11.
- [44] GUAN SONG, Xue y Young CHUL PARK. (2007) “*Numerical analysis of butterfly valve-prediction of flow coefficient and hydrodynamic torque coefficient*” Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science. San Francisco.
- [45] VAKILI-TAHAMI, Farid y otros.(2012) “*Analysis of the hydrodynamic torque effects on large size butterfly valves and comparing results with AWWA C504 standard recommendations*”. Journal of Mechanical Science and Technology (Springer), N° 26.
- [46] NASA. (2015) “*Examining Spatial (Grid) Convergence*”. National Program for Applications-Oriented Research in CFD.
- [47] DANDEKAR, M.M. (2009) “*Water Power Engineering*” New Delhi: Vikas Publishing House.
- [48] CATALINA STERN (2003) “*La luz como herramienta para estudiar los fluidos*” Universidad de Paris XI –Universidad Autónoma de México.
- [49] A. Payo, J.M. Cortés, R. Molina (2010) “*Effect of wind and waves on a nearshore brine discharge dilution in the east coast of Spain, Desalination and Water Treatment*”

- [50] P.J.W. Roberts and R. Sternau (1997) "*Mixing Zone Analysis for Coastal Wastewater Discharge, Journal of Environmental Engineering*".
- [51] Ahmet Baylar, M. Cihan Aydin, Mehmet Unsa y Fahri Ozkan (2009) "*Numerical modeling of Venturi flows for determining air injection rates using fluent V6.2*"
- [52] C. A. Shook, J. H. Malshiya (1982) "*Flow of Stratified Slurries through Horizontal Venturimeter*" The Canadian Journal of Chemical Engineering.
- [53] Nikhil T. Adarsha Hirijannaish (1995) "*Experimental and CFD Analysis of Flow Through Venturimeter to Determine The Coefficient of Discharge* " International Journal of Latest Trends in Engineering and Tech.
- [54] M. J. Reader-Harris, W. C. Brunton, J. J. Gibson, D. Hodges, I. G. Nicholson (2001) "*Discharge Coefficients of Venturi Tubes with Standard and Non-Standard Convergent Angles*" Flow Measurment and Instrumentation.
- [55] V. Subrahmanyam, P. Hari Vijay (2014) "*CFD Simulation on Different Geometries of Venturimeter*" International Journal of Research in Engineering and Technology.
- [56] F. Sanchez Silvao, P. Andreussi, P. Di Marco (1991) "*Total Mass Flow Rate Measurement in Multiphase Flow by Means of Venturimeter*".
- [57] ANSI, Laboratory Methods of Testing Fan Certified Aerodynamic Performance Rating, US ANSI/AMCA 210-07/ASHRAE 51-07, 2007.
- [58] Enzo Levi (1990) "Los Vortices en la hidraulica" Instituto Mexicano de tecnologia del agua, CAN.
- [59] H. Gardea – Villegas "Conceptos básicos sobre la formacion y teoria de los vortices" Facultad de ingeniera UNAM-MEXICO

- [60] Batchelor, G. K. (1967) "An Introduction to Fluid Dynamics" Cambridge University press. EEUU.
- [61] Compañía Grindex (2018) "Manual de bombas de drenaje" Estocolmo - Suecia
- [62] Garcia F.M. y Marza A. J. A. (1996) "Transporte de sedimentos" Instituto de ingeniería, UNAM, Ciudad de Mexico.
- [63] EINTEIN H.A. (1950) "The bead load function for sediment transportation in open channels flow" Technical Bulletin 1026, U.S.D.A. Washington D.C.
- [64] Igor J. Karassik, William C. Krutezsch Warren H. Fraser Joseph P. Messina (1970) "Manual de bombas" Estados Unidos de Norte América
- [65] Jesus Abel Mejia Marcuzco (2017) "Transporte de sedimentos en rios aluviales"